CAPÍTULO 25

CONOCER EL FUNCIONAMIENTO DE LOS CIRCUITOS DE CORRIENTE PUEDE PERMITIRNOS REALIZAR CORRECTAMENTE TAREAS POTENCIALMENTE PELIGROSAS, TALES COMO PONER EN MARCHA UN VEHÍCULO. *(© Tom Stewart/CORBIS.)*

? Si se quiere poner en marcha un coche utilizando la batería de otro, ¿qué borne de la batería del primer coche deberá conectarse al positivo del segundo? (Véase el ejemplo 25.15.)

Corriente eléctrica y circuitos de corriente continua

25.1 Corriente y movimiento de cargas
25.2 Resistencia y ley de Ohm
25.3 La energía en los circuitos eléctricos
25.4 Asociaciones de resistencias
25.5 Reglas de Kirchhoff
25.6 Circuitos *RC*

Cuando se enciende una luz, conectamos el filamento metálico de la bombilla a través de una diferencia de potencial, lo cual hace fluir la carga eléctrica por el filamento de un modo parecido a como la diferencia de presión en una manguera de riego hace fluir el agua por su interior. El flujo de cargas constituye la corriente eléctrica. Normalmente, asociamos estas corrientes al movimiento de cargas en el interior de cables conductores, pero el haz de electrones de un tubo de rayos catódicos de un monitor de vídeo y el haz de iones cargados procedentes de un acelerador de partículas también son corrientes eléctricas.

En este capítulo, se estudian los circuitos de corriente continua (cc), es decir, cuando el sentido de la corriente en un elemento de un circuito no varía con el tiempo. Las corrientes continuas son producidas, habitualmente, mediante baterías conectadas a resistencias y condensadores. En el capítulo 29, estudiaremos los circuitos de corriente alterna (ac), en los cuales la dirección de la corriente cambia alternativamente de sentido.

25.1 CORRIENTE Y MOVIMIENTO DE CARGAS

Cuando se cierra un circuito con un interruptor, una pequeña cantidad de carga se acumula en la superficie de los cables y otros elementos conductores del circuito, creando un campo eléctrico que pone en movimiento cargas dentro de los materiales conductores. Al establecerse la corriente y acumularse la carga en diversos puntos del circuito, tienen lugar cambios muy complicados, pero rápidamente se alcanza un equilibrio o estado estacionario. El tiempo necesario para establecer el equilibrio depende del tamaño y de la conductividad de los elementos del circuito, pero es prácticamente instantáneo para la mayor parte de los objetivos. En el equilibrio, la carga ya no se acumula en los distintos puntos del circuito y la corriente es estacionaria. (En los circuitos que contienen condensadores y resistencias, la corriente puede aumentar o disminuir lentamente, pero los cambios apreciables se presentan sólo en tiempos mucho más largos que el necesario para alcanzar el estado estacionario.)

La corriente eléctrica se define como el flujo de cargas eléctricas que atraviesa por unidad de tiempo la sección transversal de un cable. La figura 25.1 muestra un segmento de un hilo conductor de corriente en el cual los portadores de carga se mueven. Si ΔQ es la carga eléctrica que fluye a través del área transversal A en el tiempo Δt, la corriente o intensidad de la corriente I es

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad 25.1$$

cuando Δt tiende a cero. La unidad del SI de intensidad es el **ampere** (A)*:

$$1\ \text{A} = 1\ \text{C/s} \qquad 25.2$$

Las cargas móviles pueden ser positivas o negativas. Para analizar las corrientes se establece la siguiente convención. Se elige una dirección del hilo como positiva, y la corriente se define positiva si las cargas positivas se mueven en esta dirección o las negativas en la contraria. Obviamente, la corriente será negativa si las cargas positivas se mueven en la dirección definida en el hilo como negativa o las cargas negativas llevan la dirección positiva. Hay que señalar que esta convención se estableció antes de que se supiera que son los electrones con su carga negativa los que se mueven en los metales. De esta forma, en un hilo metálico, cuando los electrones libres se mueven en la dirección definida como negativa en el hilo, la corriente es positiva y viceversa.

El movimiento real de los electrones libres en un cable conductor metálico es muy complicado. Si en el cable no existe campo eléctrico, estos electrones se mueven con direcciones aleatorias y velocidades relativamente grandes, del orden de 10^6 m/s.† Además, los electrones chocan repetidamente con los iones de la red cristalina del alambre. Como los vectores velocidad de los electrones están orientados al azar, la velocidad vectorial *media* es cero. Cuando se aplica un campo eléctrico, un electrón libre experimenta una aceleración debida a la fuerza $-e\vec{E}$ y adquiere una velocidad adicional en sentido opuesto al campo. Sin embargo, la energía cinética que adquiere se disipa rápidamente por choques con los iones fijos del alambre. Durante el tiempo que transcurre entre choques sucesivos, los electrones adquieren, en promedio, una velocidad adicional en el sentido opuesto al campo. Ante los procesos sucesivos de aceleración y disipación de energía, los electrones adquieren una pequeña velocidad media dirigida en sentido opuesto al campo eléctrico. Esta velocidad se denomina **velocidad de desplazamiento** y su módulo suele llamarse velocidad de deriva.

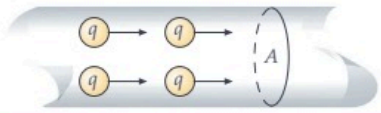


FIGURA 25.1 Segmento de un hilo conductor portador de corriente. Si ΔQ es la cantidad de carga que fluye a través del área transversal A en el tiempo Δt, la corriente que atraviesa A posee la intensidad $I = \Delta Q/\Delta t$.

* El ampere queda definido en el capítulo 26 en términos de fuerza magnética ejercida entre dos hilos por los que pasa una corriente eléctrica. Se define coulomb como ampere × segundo.

† La energía media de los electrones libres en un metal es muy grande, incluso a temperaturas muy bajas. Estos electrones no cumplen la distribución energética clásica de Maxwell-Boltzmann y no obedecen el teorema clásico de la equipartición. En el capítulo 38, estudiaremos la distribución energética de estos electrones y calcularemos su velocidad media.

El movimiento de los electrones libres en un metal es semejante al de las moléculas de un gas, tal como el aire. En el aire en calma, las moléculas de gas se mueven a grandes velocidades instantáneas entre choque y choque, pero la velocidad vectorial media es cero. Cuando existe una brisa, las moléculas de aire tienen una pequeña velocidad de desplazamiento en la dirección de la brisa, superpuesta a las velocidades instantáneas, que son mucho mayores. De modo similar, en ausencia de un campo eléctrico aplicado, la velocidad vectorial media del gas de electrones de un metal es cero, pero cuando se le aplica un campo eléctrico, este gas de electrones adquiere una pequeña velocidad de desplazamiento.

Consideremos una corriente en un cable conductor de sección transversal A. Sea n el número de partículas libres portadoras de carga por unidad de volumen. Este número n suele llamarse **densidad numérica** de los portadores de carga. Supongamos que cada partícula transporta una carga q y se mueve con una velocidad de desplazamiento v_d. En el tiempo Δt, todas las partículas contenidas en el volumen $Av_d\,\Delta t$, sombreado en la figura 25.2, pasan a través del área A. El número de partículas en este volumen es $nAv_d\,\Delta t$, y la carga total es

$$\Delta Q = qnAv_d\,\Delta t$$

La intensidad de la corriente es, por lo tanto,

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = qnAv_d \qquad 25.3$$

RELACIÓN ENTRE LA INTENSIDAD Y LA VELOCIDAD DE DESPLAZAMIENTO

La ecuación 25.3 puede utilizarse para calcular la corriente debida al flujo de cualquier clase de partícula cargada, simplemente sustituyendo la velocidad de desplazamiento v_d por la velocidad media de las partículas de dicha clase.

La densidad de portadores de carga en un conductor se puede medir por el efecto Hall, estudiado en el tema 26. Así se ha comprobado que muchos metales tienen, aproximadamente, un electrón libre por átomo.

La corriente por unidad de área es qnv_d, que se obtiene dividiendo ambos términos de la igualdad 25.3 por el área A. El vector **densidad de corriente, $\vec{J}$,** viene dado por la siguiente expresión

$$\vec{J} = qn\vec{v}_d \qquad 25.4$$

DEFINICIÓN: DENSIDAD DE CORRIENTE

La **corriente** a través de la superficie S se define como el flujo del vector densidad de corriente $\vec{J}$ a través de la superficie. Esto es,

$$I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{A} = \int_S \vec{J}\cdot\hat{n}\,dA \qquad 25.5$$

DEFINICIÓN: CORRIENTE

donde $d\vec{A}$ es un elemento de área multiplicado por el vector unitario $\hat{n}$ que es perpendicular a la superficie S en el punto donde se ubica dicho elemento de área (véase la figura 25.3). Si $\vec{J}$ es uniforme y si la superficie es plana, lo cual significa que el vector unitario $\hat{n}$ es constante, entonces la intensidad se puede expresar de la forma siguiente

$$I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{A} = \vec{J}\cdot\vec{A} = \vec{J}\cdot\hat{n}A = JA\cos\theta$$

donde $\vec{A}$ es el área de la superficie y θ es el ángulo entre $\vec{J}$ y $\hat{n}$. El signo de la corriente I es el mismo que el de $\cos\theta$. Si $\theta < 90°$, I es positiva, y si $\theta > 90°$, entonces I es negativa (figura 25.4). La flecha negra con el signo $+$, que está dibujada en la

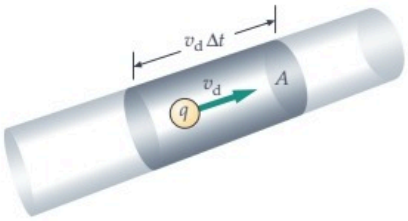


FIGURA 25.2 En el tiempo Δt, todas las cargas contenidas en el volumen sombreado pasan a través de A. Si existen n portadores de carga por unidad de volumen, cada una de carga q, la carga total de este volumen es $\Delta Q = qnAv_d\,\Delta t$, donde v_d es la velocidad de desplazamiento de los portadores de carga.

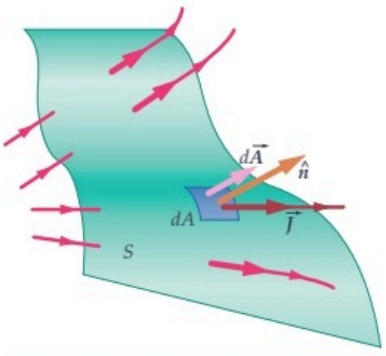


FIGURA 25.3 La densidad de corriente, $\vec{J}$, es un vector que puede representarse dibujando líneas de campo. Las líneas rojas son líneas del campo densidad de corriente. Estas líneas sirven para indicar el flujo de la corriente que indica el movimiento de las cargas. La corriente I (a través de S) es el flujo de $\vec{J}$ a través de la superficie S.

figura cerca de cada hilo, indica la dirección del vector $\hat{n}$ en la sección transversal de cada uno de los hilos.

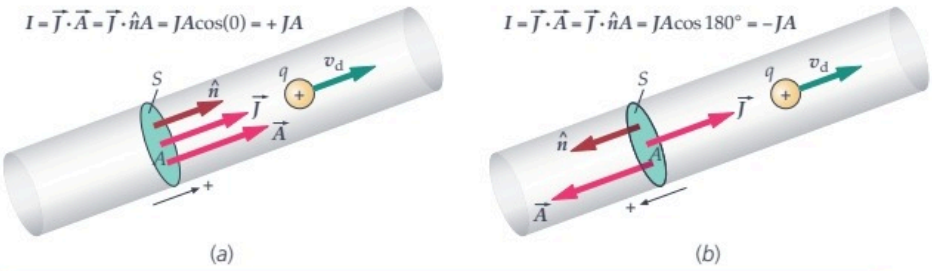


FIGURA 25.4 La superficie plana S es perpendicular al vector densidad de corriente $\vec{J}$. El vector superficie $\vec{A}$ correspondiente a la superficie S queda definido por la dirección del vector unitario $\hat{n}$. Sin embargo, existen dos posibilidades para la dirección de $\hat{n}$. (*a*) La corriente I a través de S es positiva si las direcciones de $\hat{n}$ y $\vec{J}$ son iguales. (*b*) La corriente I a través de S es negativa si las direcciones de $\hat{n}$ y $\vec{J}$ son opuestas.

> **!** Para una densidad de corriente $\vec{J}$ y una superficie S, el signo de la corriente I se determina por la elección de la dirección de $\hat{n}$.

Ejemplo 25.1 Velocidad de desplazamiento

Los hilos eléctricos suelen ser de cobre con un radio de 0,815 mm. (*a*) Calcular la carga de los electrones libres de un metro de este tipo de hilo que lleva una corriente de 1,0 A. Asumir que cada átomo libre aporta un electrón libre. (*b*) Calcular la velocidad de desplazamiento de los electrones libres.

PLANTEAMIENTO La ecuación 25.3 relaciona la velocidad de desplazamiento con la densidad numérica de portadores de carga, que es, aproximadamente, igual a la densidad numérica de los átomos de cobre, n_a. Podemos determinar n_a a partir de la densidad ordinaria del cobre, su masa molecular y el número de Avogadro.

SOLUCIÓN

(*a*) 1. La velocidad de desplazamiento está relacionada con la intensidad y la densidad numérica de los portadores de la carga:

$$I = nqv_dA$$

2. Si existe un electrón libre por cada átomo, la densidad numérica de los electrones libres es igual a la densidad numérica de los átomos n_a:

$$n = n_a$$

3. La densidad numérica de los átomos n_a está relacionada con la densidad de masa ρ_m, el número de Avogadro N_A, y la masa molar M. Para el cobre, $\rho_m = 8{,}93\ \text{g/cm}^3$ y $M = 63{,}5\ \text{g/mol}$:

$$n_a = \frac{\rho_m N_A}{M} = \frac{(8{,}93\ \text{g/cm}^3)(6{,}02 \times 10^{23}\ \text{átomos/mol})}{63{,}5\ \text{g/mol}}$$
$$= 8{,}47 \times 10^{22}\ \text{átomos/cm}^3 = 8{,}47 \times 10^{28}\ \text{átomos/m}^3$$

4. La densidad de carga ρ_{fe} de los electrones libres es igual a su densidad numérica multiplicada por la carga del electrón:

$$\rho_{fe} = -en = -(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C})(8{,}47 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}) = -1{,}36 \times 10^{10}\ \text{C/m}^3$$

5. La carga es la densidad de carga multiplicada por el volumen:

$$Q = \rho_{fe}AL = -enAL \quad \text{por lo tanto,}$$
$$Q/L = -enA = (-1{,}36 \times 10^{10}\ \text{C/m}^3)\,\pi(8{,}15 \times 10^{-4}\ \text{m})^2 = -2{,}83 \times 10^{4}\ \text{C/m} = \boxed{-2{,}8 \times 10^{4}\ \text{C/m}}$$

(*b*) Sustituyendo los valores numéricos en la ecuación 25.3, obtenemos v_d. (La corriente es negativa porque la ecuación 25.3 es válida sólo para cargas moviéndose en la dirección positiva.):

$$v_d = \frac{I}{nqA} = \frac{I}{-neA} = \frac{I}{Q/L} = \frac{-1{,}0\ \text{C/s}}{(-2{,}83 \times 10^{4}\ \text{C/m})} = \boxed{3{,}5 \times 10^{-2}\ \text{mm/s}}$$

COMPROBACIÓN Como hay 28 000 coulombs de carga móvil por metro de hilo [parte (*a*), paso 5], sólo se puede esperar una pequeña velocidad de desplazamiento o arrastre para una corriente de, aproximadamente, un coulomb por segundo. El resultado de la parte (*b*) está en concordancia con esta afirmación.

PROBLEMA PRÁCTICO 25.1 ¿Cuánto tiempo tardará un electrón en desplazarse de la batería del coche hasta el motor de arranque, una distancia de 1 m, si su velocidad de desplazamiento es $3{,}5 \times 10^{-5}$ m/s?

Si los electrones se mueven por el cable tan lentamente como indica el ejemplo 25.1, es decir, a tan solo unos pocos centenares de milímetros por segundo, ¿cómo puede ser que la luz eléctrica surja instantáneamente al cerrar el interruptor? Una analogía con el agua de una manguera puede ser útil. Al dar paso al agua por una manga de riego, larga e inicialmente vacía, hay que esperar varios segundos para que el agua se desplace desde la llave hasta el extremo opuesto de la manga. Sin embargo, si la manguera está ya llena de agua, ésta emerge casi instantáneamente. Debido a la presión del agua en el grifo, la porción de líquido más próxima es impulsada por el agua del grifo y esta porción impulsa a la porción vecina y así sucesivamente hasta que el agua se derrama por la boquilla de la manguera. Esta onda de presión se desplaza por la manguera con la velocidad del sonido en el agua y el agua alcanza rápidamente un flujo estacionario.

A diferencia de una manguera, un cable metálico no está nunca vacío. Es decir, en un alambre metálico siempre existe un número grande de electrones de conducción. Por ello, la carga empieza a moverse por toda la longitud del cable (incluido el filamento de la bombilla) casi inmediatamente después de cerrar el interruptor. El transporte de una cantidad significativa de carga en un alambre se verifica, no por causa de unas pocas cargas que se mueven rápidamente por el cable, sino por un gran número de cargas que se desplazan por el conductor lentamente. Las cargas superficiales de los cables crean un campo eléctrico, y debido a éste los electrones de conducción se mueven por el cable.

Ejemplo 25.2 Determinación de la densidad numérica de carga

En un determinado acelerador de partículas, un haz de protones de 5 MeV y radio 1,5 mm transporta una corriente de intensidad 0,5 mA. (*a*) Determinar la densidad numérica de protones del haz. (*b*) Al incidir el haz contra un blanco, ¿cuántos protones chocan contra él en un segundo?

PLANTEAMIENTO Para obtener la densidad numérica, utilizamos la relación $I = nqAv$ (ecuación 25.3), donde v es el módulo de la velocidad de desplazamiento de los portadores de carga. Esta velocidad v es una velocidad media que se puede deducir a partir de la energía. La cantidad de carga Q que choca con el blanco en un tiempo Δt es $I\,\Delta t$, y el número N de protones que colisionan con él es la carga total Q dividido por la carga de un protón.

SOLUCIÓN

(*a*) 1. La densidad numérica está relacionada con la intensidad de corriente, la carga, el área transversal y la velocidad:

$$I = qnAv$$

2. Determinar el módulo de la velocidad de los protones a partir de su energía cinética:

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = 5{,}0\ \text{MeV}$$

3. Utilizar $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg para la masa del protón y despejar la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(5{,}0 \times 10^6\ \text{eV})}{1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg}} \times \frac{1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}}}$$

$$= 3{,}09 \times 10^7\ \text{m/s} = \boxed{3{,}1 \times 10^7\ \text{m/s}}$$

4. Sustituir estos valores y calcular n:

$$n = \frac{I}{qAv}$$
$$= \frac{0{,}50 \times 10^{-3}\ \text{A}}{(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C/protón})\,\pi(1{,}5 \times 10^{-3}\ \text{m})^2\,(3{,}10 \times 10^{7}\ \text{m/s})}$$
$$= 1{,}43 \times 10^{13}\ \text{protones/m}^3 = \boxed{1{,}4 \times 10^{13}\ \text{protones/m}^3}$$

(*b*) 1. El número de protones N que chocan contra el blanco en 1 s está relacionado con la carga total ΔQ que choca en 1 s y con la carga del protón q:

$$\Delta Q = Nq$$

2. La carga ΔQ que choca contra el blanco en un tiempo Δt es la intensidad multiplicada por el tiempo:

$$\Delta Q = I\,\Delta t$$

3. El número de protones es, por lo tanto:

$$N = \frac{\Delta Q}{q} = \frac{I\,\Delta t}{q} = \frac{(0{,}50 \times 10^{-3}\ \text{A})(1{,}0\ \text{s})}{1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C/protón}}$$
$$= 3{,}13 \times 10^{15}\ \text{protones} = \boxed{3{,}1 \times 10^{15}\ \text{protones}}$$

COMPROBACIÓN El número de protones que choca contra el blanco en el tiempo Δt es el número contenido en el volumen $Av\,\Delta t$, o sea, $N = nAv\,\Delta t$. Sustituyendo $n = I/(qAv)$, resulta $N = nAv\,\Delta t = (I/qAv)Av\,\Delta t = I\,\Delta t/q = \Delta Q/q$, que es el valor utilizado en el apartado (*b*).

OBSERVACIÓN Hemos utilizado la expresión clásica de la energía cinética en el paso 2 del apartado (*a*) sin tener en cuenta la relatividad, porque la energía cinética de los protones de 5 MeV es muy inferior a la energía en reposo del protón (~ 931 MeV). La velocidad obtenida, $3{,}1 \times 10^7$ m/s es, aproximadamente, diez veces menor que la velocidad de la luz.

PROBLEMA PRÁCTICO 25.2 Utilizando la densidad numérica de cargas calculada en el apartado (*a*), determinar el número de protones por mm^3 existente en el haz.

25.2 RESISTENCIA Y LEY DE OHM

La corriente en un conductor viene impulsada por un campo eléctrico $\vec{E}$ dentro del conductor que ejerce una fuerza $q\vec{E}$ sobre las cargas libres. (En el equilibrio electrostático, el campo eléctrico debe ser nulo dentro de un conductor, pero cuando un conductor transporta una corriente, ya no se encuentra en equilibrio electrostático.) Las cargas libres circulan por el conductor conducidas por las fuerzas debidas al campo eléctrico. En un metal, las cargas libres al ser negativas se mueven en dirección opuesta al campo eléctrico $\vec{E}$. Si no existieran más fuerzas sobre las cargas que las procedentes del campo eléctrico, entonces las velocidades de éstas aumentarían indefinidamente. Sin embargo, esto no ocurre porque los electrones libres interaccionan también con los iones de la red del metal, y estas interacciones producen fuerzas que se oponen a su movimiento.

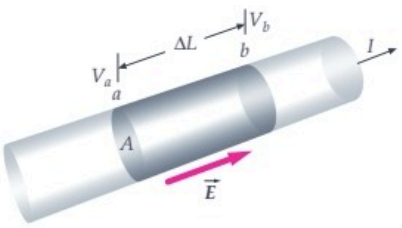


FIGURA 25.5 Segmento de alambre portador de una corriente de intensidad I. La diferencia de potencial está relacionada con el campo eléctrico por la expresión $V_a - V_b = E\,\Delta L$.

En la figura 25.5, se muestra un segmento de cable de longitud ΔL y de sección transversal A por el cual circula una corriente I. Como el campo eléctrico está siempre dirigido de las regiones de mayor potencial hacia las regiones de menor potencial, el potencial en el punto a es mayor que en el punto b. Si consideramos la corriente como el flujo de cargas positivas, estas cargas positivas se mueven en la dirección y el sentido en que el potencial decrece. Suponiendo que el campo eléctrico $\vec{E}$ es constante a través del segmento, la **diferencia de potencial** V entre los puntos a y b es

$$V = V_a - V_b = E\,\Delta L \qquad 25.6$$

El cociente entre la caída de potencial en la dirección de la corriente* y la intensidad de la corriente se llama **resistencia** del segmento:

$$R = \frac{V}{I} \qquad 25.7$$

DEFINICIÓN: RESISTENCIA

donde la *dirección de la corriente* es la del vector densidad de corriente. La unidad de resistencia en el SI es el **ohm** (Ω), que se define como un volt dividido por un ampere.

$$1\Omega = 1\ \text{V/A} \qquad 25.8$$

* Dado que la corriente es una magnitud escalar, no tiene dirección.

Para muchos materiales, la resistencia no depende de la caída de voltaje ni de la intensidad. Estos materiales, en los que se incluyen la mayor parte de los metales, se denominan **materiales óhmicos**. Para muchos materiales óhmicos, la resistencia permanece constante en un gran rango de condiciones. En los materiales óhmicos, la caída del potencial a través de una porción de conductor es proporcional a la corriente. La ecuación 25.7 se escribe normalmente de la siguiente forma:

$$V = IR \qquad 25.9$$

LEY DE OHM

La relación $V = IR$ se denomina normalmente como la ley de Ohm incluso cuando la resistencia varía con la corriente I.

La figura 25.6 muestra la diferencia de potencial V versus la corriente I para materiales óhmicos y no óhmicos. En los materiales óhmicos (figura 25.6*a*), la relación es lineal, mientras que en los no óhmicos (figura 25.6*b*) es no lineal. La ley de Ohm no es una relación fundamental de la naturaleza, como las leyes de Newton o las leyes de la termodinámica, sino más bien una descripción empírica de una propiedad compartida por muchos materiales bajo condiciones específicas. Como se verá más adelante, la resistencia de un conductor varía con la temperatura.

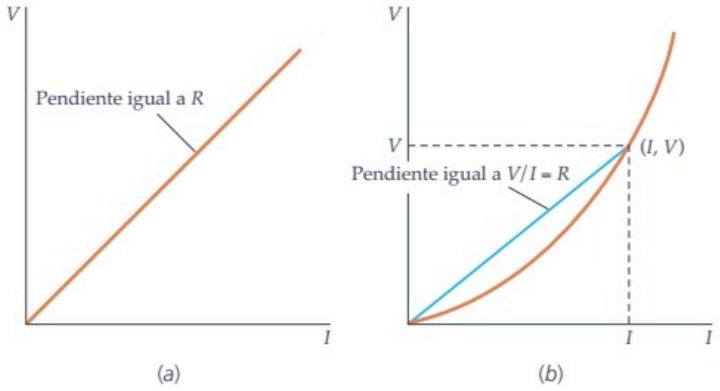


FIGURA 25.6 Gráfica de V versus I. (*a*) El potencial es proporcional a la corriente en concordancia con la ley de Ohm. La resistencia $R = V/I$ es independiente de la intensidad, ya que la pendiente de la recta es constante. (*b*) La diferencia de potencial no es proporcional a la corriente. La resistencia $R = V/I$, que es la pendiente de la recta que une el origen con el punto (I, V), crece para valores crecientes de la intensidad.

Véase el
Apéndice de matemáticas
para más información sobre
Proporciones directas e inversas

PROBLEMA PRÁCTICO 25.3
Un cable de resistencia 3 Ω transporta una corriente de 1,5 A. ¿Cuál es la caída de potencial a través del cable?

La resistencia de un alambre conductor es proporcional a su longitud e inversamente proporcional a su área transversal:

$$R = \rho \frac{L}{A} \qquad 25.10$$

siendo ρ una constante de proporcionalidad llamada **resistividad** del material conductor.* La unidad de resistividad es el ohm-metro (Ω · m). Obsérvese que las ecuaciones 25.9 y 25.10 para la conducción y la resistencia eléctrica son de igual forma que las ecuaciones 20.9 ($\Delta T = IR$) y 20.10 ($R = \Delta x/kA$) para la conducción y resistencia térmicas, respectivamente. En las ecuaciones eléctricas, la diferencia de potencial V sustituye a la diferencia de temperatura ΔT y $1/\rho$ reemplaza a la conductividad térmica k. (De hecho, $1/\rho$ es la conductividad eléctrica.) Realmente Ohm llegó a esta ley por la semejanza entre la conducción de la electricidad y la conducción del calor.

* El símbolo ρ utilizado aquí para la resistividad fue utilizado en capítulos anteriores para la densidad de carga volúmica. Por ello, debe tenerse cuidado al usar estos símbolos para no caer en confusión. Normalmente, el contexto aclara cuál es su significado.

† La unidad de conductividad eléctrica es el siemens (*S*), $1\ \mathrm{S} = 1\ \Omega^{-1}$.

PROBLEMA PRÁCTICO 25.4

Un cable de nicrom ($\rho = 110 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$) tiene un radio de 0,65 mm. ¿Qué longitud de cable se necesita para obtener una resistencia de 2,0 Ω?

Para un segmento de cable de longitud L, sección transversal A, por el que circula una corriente I, y que presenta una resistencia R, la caída de potencial a lo largo del citado segmento viene dada por

$$V = IR = I\rho\frac{L}{A}$$

La caída de tensión V y el campo eléctrico E se relacionan mediante la expresión $V = EL$. Sustituyendo V por EL, e I/A por J, se tiene que

$$EL = \rho JL$$

y dividiendo ambos términos de la igualdad por L y expresando el resultado en forma vectorial, obtenemos

$$\vec{E} = \rho\vec{J} \qquad 25.11$$

La ecuación 25.11 es una versión alternativa de la ley de Ohm, la cual establece que la densidad de corriente en un punto del conductor es igual al campo eléctrico en dicho punto multiplicado por la variable recíproca de la resistividad que denominamos conductividad.

La resistividad de cualquier metal depende de la temperatura. La figura 25.7 muestra la dependencia con la temperatura de la resistividad del cobre. Este gráfico es casi una línea recta, lo cual significa que la resistividad varía casi linealmente con la temperatura.* En las tablas, suele darse la resistividad en función de su valor ρ_{20} a 20 °C, y también del **coeficiente de temperatura de la resistividad** α, que se define por

$$\alpha = \frac{(\rho - \rho_0)/\rho_0}{T - T_0} \qquad 25.12$$

donde ρ_0 es la resistividad a temperatura T_0 y ρ es la resistividad a temperatura T.

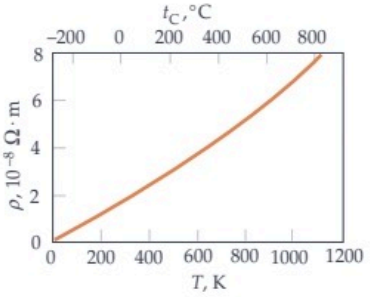


FIGURA 25.7 Gráfico de la resistividad ρ en función de la temperatura para el cobre. Como las temperaturas Celsius y absoluta difieren sólo en la elección del cero, la resistividad tiene igual pendiente representada en función de t_C o T.

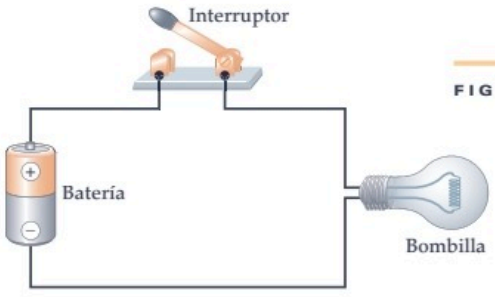


FIGURA 25.8

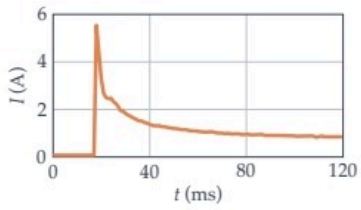


FIGURA 25.9 La corriente en el filamento de tungsteno adquiere un valor máximo de corriente y se vuelve incandescente cuando se conecta a la batería, pero aproximadamente en 100 ms la corriente adquiere un valor estacionario estimado en 0,75 A. Esto ocurre porque la resistencia del filamento aumenta con la temperatura.

COMPROBACIÓN CONCEPTUAL 25.1

El filamento de la bombilla de la figura 25.8 es un hilo fino de tungsteno. En la figura 25.9 se da una gráfica de la corriente que atraviesa el filamento en función del tiempo. Es necesario hacer notar que la corriente crece rápidamente cuando el interruptor se cierra y entonces decrece hasta alcanzar un valor constante. (*a*) ¿Por qué la corriente alcanza inicialmente un valor mayor que el que se obtiene cuando ésta llega a un valor constante? (*b*) ¿Por qué la corriente llega a un valor constante después del valor inicial?

* A muy bajas temperaturas, existe una ruptura de esta linealidad para todos los metales, que no está indicada en la figura 25.7.

Tabla 25.1 Resistividades y coeficientes de temperatura

Material	Resistividad ρ a 20 °C, $\Omega \cdot m$	Coeficiente de temperatura α a 20 °C, K^{-1}
Elementos conductores		
Aluminio	$2{,}8 \times 10^{-8}$	$3{,}9 \times 10^{-3}$
Carbono	3500×10^{-8}	$-0{,}5 \times 10^{-3}$
Cobre	$1{,}7 \times 10^{-8}$	$3{,}93 \times 10^{-3}$
Hierro	10×10^{-8}	$5{,}0 \times 10^{-3}$
Mercurio	96×10^{-8}	$0{,}89 \times 10^{-3}$
Plata	$1{,}6 \times 10^{-8}$	3.8×10^{-3}
Platino	100×10^{-8}	$3{,}927 \times 10^{-3}$
Plomo	22×10^{-8}	$4{,}3 \times 10^{-3}$
Tungsteno	$5{,}5 \times 10^{-8}$	$4{,}5 \times 10^{-3}$
Aleaciones conductoras		
Constantan (60% Cu, 40% Ni)	$\sim 44 \times 10^{-8}$	$0{,}002 \times 10^{-3}$
Latón	$\sim 8 \times 10^{-8}$	2×10^{-3}
Manganina (~84% Cu, ~12% Mn, ~4% Ni)	44×10^{-8}	$0{,}000 \times 10^{-3}$
Nicrom	100×10^{-8}	$0{,}4 \times 10^{-3}$
Semiconductores		
Germanio	0,45	$-4{,}8 \times 10^{-2}$
Silicio	640	$-7{,}5 \times 10^{-2}$
Aislantes		
Ámbar	5×10^{14}	
Goma dura	$10^{13} - 10^{16}$	
Madera	$10^{8} - 10^{14}$	
Neopreno	$\sim 10^{9}$	
Poliestireno	$\sim 10^{8}$	
Porcelana	$\sim 10^{11}$	
Sulfuro	1×10^{15}	
Teflón	1×10^{14}	
Vidrio	$10^{10} - 10^{14}$	
Material biológico		
Grasa	25	
Sangre	1,5	

Tabla 25.2 Diámetros y secciones transversales de alambres típicos de cobre

Orden de calibrado*	Diámetro† a 20 °C, mm	Área, mm^2
4	5,189	21,15
6	4,115	13,30
8	3,264	8,366
10	2,588	5,261
12	2,053	3,309
14	1,628	2,081
16	1,291	1,309
18	1,024	0,8235
20	0,8118	0,5176
22	0,6438	0,3255

* Calibre de hilo en América

† El diámetro d se relaciona con el número de calibrado n mediante la expresión $d = 0{,}127 \times 92^{[(36-n)/39]}$.

La tabla 25.1 muestra la resistividad ρ a 20 °C y el coeficiente de temperatura α para diversos materiales. Obsérvese el intervalo extraordinario de valores de ρ. La teoría clásica de la conducción en los metales establece que su resistividad decrece con temperaturas crecientes, siendo esta conclusión errónea y una de las razones por las que esta teoría se considera falsa. Por el contrario, con la teoría cuántica de la conducción se concluye que la resistividad de los metales aumenta con la temperatura. Las teorías de la conducción clásica y cuántica se estudian en el capítulo 38.

Los cables utilizados para transportar corriente eléctrica se fabrican en tamaño estándar. El diámetro de la sección circular se indica por un número de calibrado; los números más elevados corresponden a diámetros menores, como se ve en la tabla 25.2.

Ejemplo 25.3 Resistencia por unidad de longitud

Calcular la resistencia por unidad de longitud de un cable de cobre de calibre 14.

PLANTEAMIENTO Para calcular la resistencia por unidad de longitud del hilo del calibre 14, se necesita conocer la resistividad del cobre (tabla 25.1) y la sección transversal del hilo de cobre (tabla 25.2).

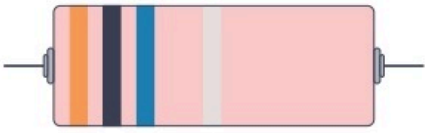
SOLUCIÓN

1. Según la ecuación 25.10, la resistencia por unidad de longitud es igual a la resistividad por unidad de área:
$$R = \rho\frac{L}{A} \quad \text{por lo tanto,} \quad \frac{R}{L} = \frac{\rho}{A}$$
2. Considerar la resistividad del cobre y la sección del cable dadas en las tablas 25.1 y 25.2, respectivamente:
$$\rho = 1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$$
$$A = 2{,}08\ \text{mm}^2$$
3. Utilizar estos valores para calcular R/L:
$$\frac{R}{L} = \frac{\rho}{A} = \frac{1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}}{2{,}08 \times 10^{-6}\ \text{m}^2} = \boxed{8{,}2 \times 10^{-3}\ \Omega/\text{m}}$$

COMPROBACIÓN El hilo de cobre de calibre 14 se utiliza comúnmente en circuitos de baja intensidad. La resistencia de un filamento de 100 W, operativo con una diferencia de potencial de 120 V, es 144 Ω. Por el contrario, la resistencia de 100 m de hilo de cobre conductor viene a ser 0,817 Ω. Por consiguiente, la resistencia del hilo es despreciable comparada con la del filamento de la bombilla, tal como era de esperar.

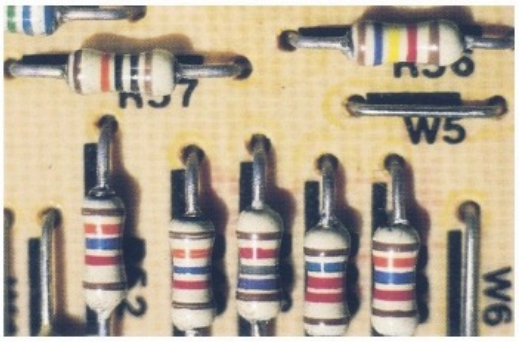
El carbono, que posee una resistividad alta, se utiliza normalmente en las resistencias de los equipos electrónicos. Estas resistencias se pintan a menudo con bandas de colores para indicar el valor de su resistencia. En la tabla 25.3, se muestra el código para interpretar estos colores.

Tabla 25.3 Código de colores para resistencias y otros dispositivos



Colores Dígitos	Tolerancia
Negro = 0	Marrón = 1%
Marrón = 1	Rojo = 2%
Rojo = 2	Dorado = 5%
Naranja = 3	Plateado = 10%
Amarillo = 4	Ninguno = 20%
Verde = 5	
Azul = 6	
Violeta = 7	
Gris = 8	
Blanco = 9	

Las bandas de colores deben ser leídas comenzando con la que está más próxima al extremo de la resistencia. Con las primeras dos bandas se determina un número entre 1 y 99. La tercera banda representa el número de ceros que se han de añadir a la derecha del número formado por las dos primeras. En la resistencia mostrada en la figura, los colores de las tres primeras bandas son, naranja, negro y azul, por lo que el número es 30 000 000 y, consecuentemente, la resistencia es de 30 MΩ. (Si una banda verde se inserta entre la negra y la azul, la resistencia sería de 305 MΩ.) La cuarta banda representa la tolerancia. Como la banda del dibujo es plateada, la tolerancia es del 10%. El 10% de 30 es 3, por lo que la resistencia del dibujo es (30 ± 3) MΩ.



Resistencias de carbono con el código de color colocadas sobre un panel de circuitos. *(© Chris Rogers/The Stock Market.)*

PROBLEMA PRÁCTICO 25.5

¿Cuáles son los valores de la resistencia y de la tolerancia correspondientes a la resistencia de la parte de abajo y a la izquierda de la fotografía?

Ejemplo 25.4 El campo eléctrico que produce la corriente

Determinar el valor del campo eléctrico E en un cable de cobre de calibre 14 (ejemplo 25.3) cuando éste transporta una corriente de 1,3 A.

PLANTEAMIENTO Podemos determinar el campo eléctrico como la caída de voltaje por unidad de longitud del alambre, $E = V/L$. La caída de voltaje se deduce mediante la ley de Ohm, $V = IR$, y la resistencia por unidad de longitud se da en el ejemplo 25.3.

SOLUCIÓN

1. El campo eléctrico es igual a la caída de voltaje por unidad de longitud: $E = \frac{V}{L}$
2. Expresar la ley de Ohm para la caída de voltaje: $V = IR$
3. Aplicar esta expresión en la ecuación de E: $E = \frac{V}{L} = \frac{IR}{L} = I\frac{R}{L}$
4. Utilizar el valor de R/L deducido en el ejemplo 25.3 para calcular E: $E = I\frac{R}{L} = (1{,}3\ \text{A})(8{,}2 \times 10^{-3}\ \Omega/\text{m}) = \boxed{0{,}011\ \text{V/m}}$

COMPROBACIÓN Un campo eléctrico de 0,011 V/m significa que la caída de potencial para 100 m de longitud de hilo es 1,1 V. Este resultado parece aceptable para los circuitos domésticos de 120 V. Sin embargo, una corriente de 13 A significaría una caída de 11 V, que es mucho menos aceptable. (Es inaceptable porque muchos dispositivos no funcionan adecuadamente si el potencial aplicado en sus terminales eléctricas es significativamente menor que 120 V.)

25.3 LA ENERGÍA EN LOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Cuando se establece un campo eléctrico en un conductor, el gas de electrones incrementa su energía cinética debido al trabajo que el campo realiza sobre los electrones libres. Sin embargo, pronto se va alcanzando el estado estacionario, ya que esta energía adicional se convierte rápidamente en energía térmica del conductor por las colisiones entre los electrones y los iones de la red cristalina del material. El mecanismo por el cual el incremento de energía interna del conductor da lugar a un aumento de su temperatura se denomina **efecto Joule**.

Consideremos el segmento del alambre de longitud L y área transversal A indicado en la figura 25.10*a*. El cable transporta una corriente estacionaria dirigida hacia la derecha. La carga libre en el segmento es inicialmente Q, y durante un intervalo de tiempo Δt, esta carga sufre un pequeño desplazamiento hacia la derecha (figura 25.10*b*). Este desplazamiento equivale a que una cantidad de carga ΔQ (figura 25.10*c*) se haya movido desde el extremo de la izquierda, donde la energía potencial es $\Delta Q\ V_a$, hasta el extremo de la derecha del segmento de cable, en el cual la energía potencial es $\Delta Q\ V_b$. El cambio neto de energía potencial de Q es

$$\Delta U = \Delta Q(V_b - V_a)$$

Como $V_a > V_b$, esto supone una pérdida neta en la energía potencial de Q. La energía perdida es, por lo tanto,

$$-\Delta U = \Delta Q\, V$$

donde $V = V_a - V_b$ es la caída del potencial de un lado a otro del segmento. La variación temporal de la pérdida de energía potencial es

$$-\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} V$$

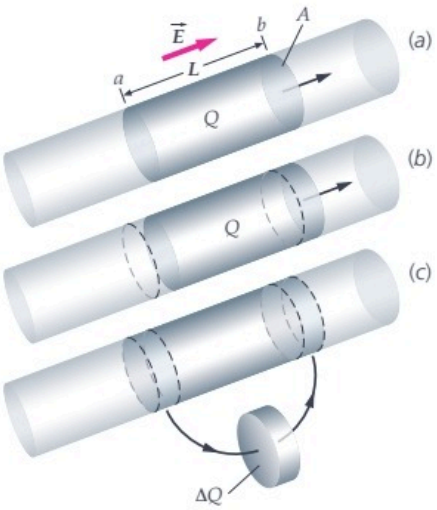


FIGURA 25.10 En el intervalo de tiempo Δt, una cantidad de carga ΔQ atraviesa el área A en el punto donde el potencial es V_a, y durante ese mismo tiempo una cantidad de carga igual atraviesa la sección A por un punto en el que el potencial es V_b. El efecto neto en este intervalo de tiempo Δt es la pérdida de una cantidad de energía potencial $\Delta Q\ V_a$ y la ganancia de $\Delta Q\ V_b$. Como $V_b < V_a$, el resultado es una pérdida neta de energía potencial.

Haciendo el límite cuando Δt tiende a cero, se obtiene

$$-\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt}V = IV$$

donde $I = \Delta Q/\Delta t$ es la intensidad de la corriente. La energía perdida por unidad de tiempo es la potencia P disipada en el segmento conductor, que, a su vez, es la velocidad con la que se disipa la energía potencial eléctrica en dicho segmento:

$$P = IV \qquad 25.13$$

POTENCIA DISIPADA EN UN CONDUCTOR POR UNIDAD DE TIEMPO

Si I se expresa en amperes y V en volts, la potencia perdida viene expresada en watts. La pérdida de potencia es el producto de la disminución de energía potencial por unidad de carga, V, y el flujo de carga por unidad de tiempo, I. La ecuación 25.13 puede aplicarse a cualquier dispositivo del circuito. La potencia suministrada al dispositivo es el producto de la caída de potencial por la intensidad de la corriente. En un conductor, la energía potencial se disipa como energía térmica. Utilizando $V = IR$ o $I = V/R$, la ecuación 25.13 puede expresarse en otras formas útiles:

$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R} \qquad 25.14$$

POTENCIA DISIPADA EN UNA RESISTENCIA

Ejemplo 25.5 Potencia disipada en una resistencia

Una resistencia de 12 Ω transporta una corriente de 3 A. Determinar la potencia disipada en esta resistencia.

PLANTEAMIENTO Como conocemos la intensidad y la resistencia, pero no la caída de potencial, la ecuación más adecuada es $P = I^2R$. Otra posibilidad sería determinar la caída de potencial de $V = IR$ y luego utilizar $P = IV$.

SOLUCIÓN

1. Calcular I^2R: $P = I^2R = (3{,}00\text{ A})^2(12{,}0\ \Omega) = \boxed{108\text{ W}}$

COMPROBACIÓN La caída de potencial a través de la resistencia es $V = IR = (3\text{ A})(12\ \Omega) = 36\text{ V}$. Con este resultado se determina la potencia a partir de $P = IV = (3\text{ A})(36\text{ V}) = 108\text{ W}$.

PROBLEMA PRÁCTICO 25.6 Un alambre de resistencia 5 Ω transporta una corriente de 3 A durante 6 s. (*a*) ¿Qué potencia se disipa en el cable? (*b*) ¿Cuánto calor se desprende en ese tiempo?

FEM Y BATERÍAS

Con objeto de mantener una corriente estacionaria en un conductor necesitamos disponer de un suministro de energía eléctrica. Un aparato o dispositivo que suministra energía eléctrica recibe el nombre de fuente de fem. (Las letras *fem* corresponden a fuerza *electromotriz*, término que hoy en día no se suele utilizar. Esta denominación induce a confusión porque no se trata de una fuerza.) Ejemplos de estas fuentes fem son una batería o pila, que convierte la energía química en energía eléctrica, o un generador, que convierte la energía mecánica en energía eléctrica. Una fuente de fem realiza trabajo sobre la carga que pasa a su través, elevando la energía potencial de la carga. El trabajo por unidad de carga recibe el nombre de **fem**, $\mathcal{E}$, de la fuente. La unidad de fem es el volt, la misma que la unidad de diferencia de potencial. Una **batería ideal** es una fuente de fem que mantiene una diferencia de potencial constante entre sus dos terminales, independientemente del flujo de carga que exista entre ellos. La diferencia de potencial entre los terminales

de una batería ideal es igual, en valor absoluto, a la fem de la batería.

En la figura 25.11, se muestra un circuito sencillo compuesto por una resistencia R conectada a una batería ideal. La resistencia se representa mediante el símbolo -WW-. Las líneas rectas del circuito indican alambres, hilos o cables de conexión de resistencia despreciable. La fuente de fem mantiene una diferencia de potencial $\mathcal{E}$ entre los puntos a y b, siendo a el punto de mayor potencial. No existe ninguna diferencia de potencial entre los puntos a y c, ni entre los puntos d y b, ya que se admite que el alambre de conexión posee una resistencia despreciable. Por lo tanto, la diferencia de potencial entre los puntos c y d también es $\mathcal{E}$ y la intensidad de corriente que circula por la resistencia es $I = \mathcal{E}/R$. Como se indica en la figura, la corriente circula en el mismo sentido que las agujas del reloj.

Obsérvese que *dentro* de la fuente de fem, la carga fluye de una región de bajo potencial a otra de mayor potencial, de modo que aumenta su energía potencial.* Cuando una carga ΔQ fluye a través de la fuente de fem $\mathcal{E}$, su energía potencial se ve aumentada en la cantidad $\Delta Q\ \mathcal{E}$. En consecuencia, la carga fluye a través de la resistencia, donde esta energía potencial se disipa como energía térmica. El ritmo con el que la fuente de fem suministra energía es la potencia de salida.

$$P = \frac{(\Delta Q)\mathcal{E}}{\Delta t} = I\mathcal{E} \qquad 25.15$$

POTENCIA SUMINISTRADA POR UNA FUENTE DE FEM

En el circuito simple de la figura 25.11 la potencia suministrada por la fuente de fem es igual a la disipada en la resistencia.

Una fuente de fem puede considerarse como una especie de bomba de carga que eleva la carga eléctrica desde una región de baja energía potencial a otra región de alta energía potencial. La figura 25.12 muestra una analogía mecánica del sencillo circuito eléctrico analizado anteriormente.

La raya tiene dos órganos eléctricos en ambas partes de su cabeza, donde la corriente pasa desde la superficie de abajo de su cuerpo a la de arriba. Estos órganos se componen de columnas cada una de las cuales contiene entre 4000 y un millón de placas gelatinosas. En los peces de agua salada, estas baterías se conectan en paralelo, mientras que en los de agua dulce se conectan es serie, produciendo descargas de más alto voltaje. El agua dulce tiene una mayor resistividad que la salada, de tal forma que para ser eficaz es preciso un mayor voltaje. Con estas baterías, pueden generar descargas eléctricas de unos 50 A a 50 V, con las que pueden electrocutar a otros peces. *(Stephen Frink/CORBIS.)*

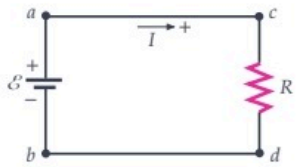


FIGURA 25.11 Circuito eléctrico simple formado por una batería ideal de fem $\mathcal{E}$, una resistencia R y cables de conexión que se supone carecen de resistencia.

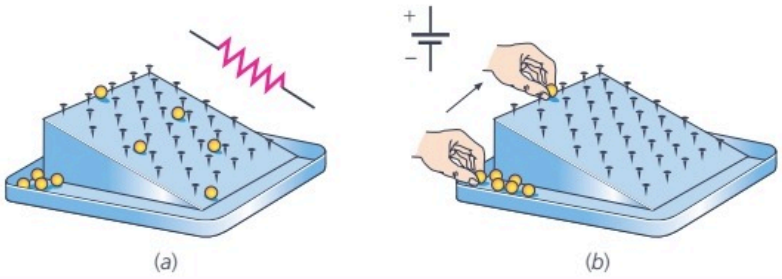


FIGURA 25.12 Analogía mecánica de un circuito simple formado por una resistencia y una fuente de fem. (*a*) Las bolitas parten de una altura h sobre el fondo y se aceleran en las colisiones con los clavos por la acción del campo gravitatorio. Los clavos son análogos a los iones de la red cristalina de la resistencia. Durante los choques, las bolitas transfieren a los clavos la energía cinética que ganan en las colisiones. Debido a las múltiples colisiones, las bolitas poseen sólo una pequeña, y aproximadamente, constante velocidad de desplazamiento hacia el fondo. (*b*) Cuando llegan al fondo, un muchacho las recoge y las devuelve a su altura original h, comenzando de nuevo el proceso. El muchacho, que realiza el trabajo mgh sobre cada bolita, es una analogía de la fuente de fem. La fuente de energía en este caso es la energía interna química del muchacho.

* Cuando una batería se carga por medio de un generador o por otra batería, la carga fluye desde una región de alto potencial a otra de bajo potencial dentro de la batería a cargar, perdiendo así energía potencial electrostática. La energía perdida se transforma en energía química y se almacena en la batería a cargar.

En una **batería real**, la diferencia de potencial entre los bornes de la batería, denominada **tensión en los bornes** no es simplemente igual al valor de la fem de la batería. Consideremos el circuito formado por una batería real y una resistencia. Si la corriente se varía modificando la resistencia R y se mide la tensión en los bornes, resulta que ésta decrece ligeramente a medida que crece la intensidad de la corriente; es como si existiera una pequeña resistencia dentro de la batería (figura 25.13).

Así pues, una batería real puede considerarse como una batería ideal de fem $\mathcal{E}$ más una pequeña resistencia r, denominada resistencia interna de la batería.

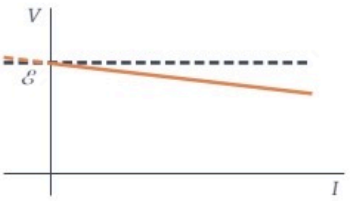


FIGURA 25.13 La línea roja muestra la tensión en los bornes V en función de I para una batería real. La línea de puntos muestra la tensión en los bornes de una batería ideal que tiene el mismo valor que $\mathcal{E}$.

La figura 25.14 muestra el diagrama de un circuito formado por una batería real y una resistencia. Si la corriente en el circuito es I, el potencial en el punto a se relaciona con el potencial en el punto b mediante

$$V_a = V_b + \mathcal{E} - Ir$$

Por lo tanto, la tensión en los bornes es

$$V_a - V_b = \mathcal{E} - Ir \qquad 25.16$$

La tensión en los bornes de la batería disminuye linealmente con la intensidad de corriente, como se indica en la figura 25.13. La caída de potencial a lo largo de la resistencia R es IR, valor que es igual a la tensión en los bornes:

$$IR = V_a - V_b = \mathcal{E} - Ir$$

Entonces, la intensidad de corriente será

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \qquad 25.17$$

Si se conecta una batería como en la figura 25.14, la tensión en los bornes dada por la ecuación 25.13 es inferior a la fem de la batería debido a la caída de potencial que tiene lugar dentro de la resistencia interna de la batería. Las baterías reales, como una buena batería de coche, poseen una resistencia interna del orden de unas pocas centésimas de ohm, de tal modo que la tensión en los bornes es, aproximadamente, igual a la fem, a menos que la intensidad de corriente sea muy grande. Un indicio de que una batería es mala es que tenga una resistencia interna elevada. Si sospechamos que la batería de un automóvil es mala, comprobar la tensión en los bornes con un voltímetro, que extrae una corriente pequeña para hacer la medida, no siempre es suficiente. Hay que comprobar la tensión en los bornes mientras se extrae corriente, por ejemplo, tratando de arrancar el coche. Si la tensión en los bornes baja considerablemente, significa que la batería posee una alta resistencia interna, lo cual indica que es de baja calidad.

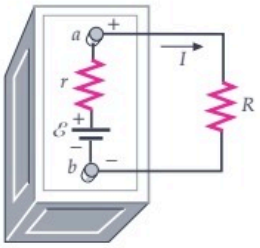


FIGURA 25.14 Una batería real puede representarse por una batería ideal de fem $\mathcal{E}$ y una pequeña resistencia r.

Frecuentemente, las baterías se especifican en ampere-horas (A · h), lo que indica la carga total que pueden suministrar:

$$1\ \text{A}\cdot\text{h} = (1\ \text{C/s})(3600\ \text{s}) = 3600\ \text{C}$$

La energía total almacenada en la batería es la carga total multiplicada por la fem:

$$E_{\text{almacenada}} = Q\mathcal{E} \qquad 25.18$$

La energía almacenada es igual al trabajo que puede realizar la batería.

Ejemplo 25.6 Voltaje, potencia y energía almacenada

Una resistencia de 11 Ω se conecta a través de una batería de fem 6 V y resistencia interna 1 Ω. Determinar (*a*) la intensidad de corriente, (*b*) la tensión en los bornes de la batería, (*c*) la potencia suministrada por la fuente de fem, (*d*) la potencia disipada en la resistencia externa y (*e*) la potencia disipada en la resistencia interna de la batería. (*f*) Si la capacidad de la batería es 150 A · h, ¿cuánta energía almacena?

PLANTEAMIENTO El diagrama del circuito es el mismo que el de la figura 25.14. Determinaremos la intensidad de la corriente mediante la ecuación 25.17 y la utilizaremos para calcular la tensión en los bornes de la batería y la potencia disipada en las resistencias.

SOLUCIÓN

(*a*) La ecuación 25.17 nos da la intensidad:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{6{,}00\ \text{V}}{11{,}0\ \Omega + 1{,}00\ \Omega} = \boxed{0{,}500\ \text{A}}$$

(*b*) Conocida la intensidad, calculamos la tensión en los bornes:

$$V_a - V_b = \mathcal{E} - Ir = 6{,}00\ \text{V} - (0{,}500\ \text{A})(1{,}00\ \Omega) = \boxed{5{,}50\ \text{V}}$$

(*c*) La potencia suministrada por la fuente de fem es igual a $\mathcal{E}I$:

$$P = \mathcal{E}I = (6{,}00\ \text{V})(0{,}500\ \text{A}) = \boxed{3{,}00\ \text{W}}$$

(*d*) La potencia disipada en la resistencia externa es I^2R (ecuación 25.14):

$$I^2R = (0{,}500\ \text{A})^2(11{,}0\ \Omega) = \boxed{2{,}75\ \text{W}}$$

(*e*) La potencia disipada en la resistencia interna es I^2r:

$$I^2r = (0{,}500\ \text{A})^2(1{,}00\ \Omega) = \boxed{0{,}250\ \text{W}}$$

(*f*) La energía total almacenada por la batería es la fem multiplicada por la carga total que puede suministrar:

$$W = Q\mathcal{E} = \left(150\ \text{A}\cdot\text{h} \times \frac{3600\ \text{C}}{\text{A}\cdot\text{h}}\right)(6{,}00\ \text{V}) = \boxed{3{,}24\ \text{MJ}}$$

COMPROBACIÓN De los 3,00 W de potencia aportados por las reacciones químicas de la batería, 2,75 W son disipados en la resistencia externa y 0,25 W en la resistencia interna de la propia batería.

OBSERVACIÓN El valor de la resistencia interna de la batería en este ejemplo es mayor que el de la mayoría de las baterías. Este valor se eligió así para simplificar los cálculos. En otros ejemplos, se puede asumir que la resistencia interna de las baterías es despreciable.

Ejemplo 25.7 Máxima potencia suministrada

Tenemos una batería de una determinada fem $\mathcal{E}$ y una resistencia interna r. ¿Qué valor de la resistencia externa R debemos conectar entre los bornes para obtener la máxima potencia en la resistencia?

PLANTEAMIENTO El diagrama del circuito es el mismo que el de la figura 25.14. La potencia de entrada a R es I^2R, donde $I = \mathcal{E}/(R + r)$. Para determinar la potencia máxima, se calcula la derivada dP/dR y se iguala a cero.

SOLUCIÓN

1. Utilizar $I = \mathcal{E}/(R + r)$ (ecuación 25.17) para eliminar I de $P = I^2R$, de modo que P se exprese en función de R y las constantes $\mathcal{E}$ y r, solamente:

$$P = \frac{\mathcal{E}^2R}{(R + r)^2}$$

2. Calcular la derivada dP/dR utilizando la regla del producto:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{(R + r)^2\mathcal{E}^2 - 2\mathcal{E}^2R(R + r)}{(R + r)^4} = \frac{\mathcal{E}^2(r - R)}{(R + r)^3}$$

3. Hacer $dP/dR = 0$ y deducir R en función de r:

$$\boxed{R = r}$$

COMPROBACIÓN Para $R = 0$, la corriente es máxima pero $P = 0$, de tal forma que no se disipa ninguna potencia en la resistencia externa cuando $R = 0$. Para considerar el límite de P cuando $R \to \infty$, dividimos por R tanto numerador como denominador y obtenemos

$$P = \frac{\mathcal{E}^2R}{(R + r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{R(1 + r/R)^2}$$

De este resultado deducimos que para $R \to \infty$, $P \to 0$. Esto significa que P deberá ser máximo para R en el rango $0 < R < \infty$, así que $R = r$ es un resultado plausible.

OBSERVACIÓN El valor máximo de P ocurre cuando $R = r$, es decir, cuando la resistencia de carga es igual a la resistencia interna. Un resultado semejante tiene lugar en los circuitos de corriente alterna. La elección $R = r$ para maximizar la potencia suministrada a la resistencia de carga se conoce como *igualación de impedancias*. En la figura 25.15, se muestra un gráfico de P en función de R.

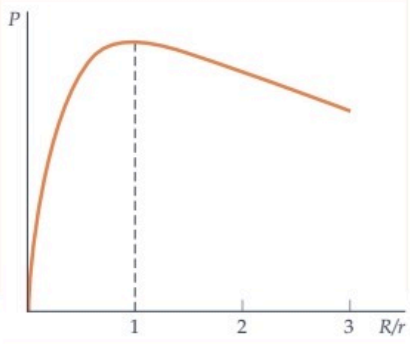


FIGURA 25.15 La potencia suministrada entre los extremos de la resistencia es máxima si $R = r$.

25.4 ASOCIACIONES DE RESISTENCIAS

El análisis de un circuito puede simplificarse reemplazando dos o más resistencias por una sola resistencia equivalente que transporte la misma corriente con la misma caída de potencial que las resistencias originales. La sustitución de una serie de resistencias por una resistencia equivalente es una operación análoga a la sustitución de una serie de condensadores por un condensador equivalente, que fue analizada en el capítulo 24.

RESISTENCIAS EN SERIE

Cuando dos o más resistencias están conectadas como R_1 y R_2 en la figura 25.16*a*, de modo que a través de ellas circula la misma corriente I, se dice que las resistencias están conectadas en serie. La caída de potencial a través de R_1 es IR_1, y a través de R_2 es IR_2. La caída de potencial a través de las dos resistencias es la suma de las caídas de potencial a través de las resistencias individuales:

$$V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2) \qquad 25.19$$

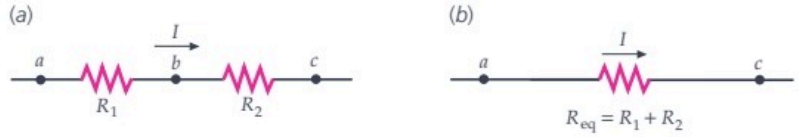


FIGURA 25.16 (*a*) Dos resistencias en serie transportan la misma corriente. (*b*) Las resistencias de la figura (*a*) pueden sustituirse por una sola resistencia equivalente $R_{eq} = R_1 + R_2$, que proporciona la misma caída de potencial total cuando circula la misma corriente que en (*a*).

Para determinar la resistencia equivalente R_{eq} que presenta la misma caída de potencial V cuando circula a través de ella la misma corriente I se iguala V a IR_{eq} (figura 25.16*b*). Por lo tanto, R_{eq} viene dada por

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Cuando hay más de dos resistencias en serie, la resistencia equivalente es:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots \qquad 25.20$$

RESISTENCIA EQUIVALENTE PARA RESISTENCIAS EN SERIE

RESISTENCIAS EN PARALELO

Dos resistencias conectadas como indica la figura 25.17*a*, de modo que a través de ellas existe la misma diferencia de potencial, se dice que están conectadas en paralelo. Obsérvese que las resistencias están conectadas en ambos extremos por cables. Sea I la corriente que fluye del punto a al punto b. En el punto a, la corriente se divide en dos partes, I_1 que circula por la rama superior que contiene R_1, e I_2 que circula por la rama inferior donde se encuentra R_2. Las dos derivaciones de corriente suman la intensidad de la corriente que fluye por el punto a:

$$I = I_1 + I_2 \qquad 25.21$$

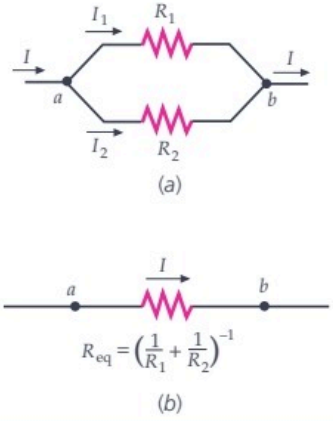


FIGURA 25.17 (*a*) Dos resistencias están combinadas en paralelo cuando se conectan juntas en ambos extremos, de modo que la caída de potencial es la misma a través de cada una de ellas. (*b*) Las dos resistencias del apartado (*a*) pueden sustituirse por una sola resistencia equivalente R_{eq} relacionada con R_1 y R_2 por $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2$.

En el punto b, las diferentes derivaciones de corriente se unen, de tal forma que la corriente que continúa por el hilo a partir de este punto es igual a $I = I_1 + I_2$. La caída de potencial de un extremo a otro de cualquiera de las dos resistencias es $V = V_a - V_b$, la cual se relaciona con la corriente mediante

$$V = I_1 R_1 \text{ y } V = I_2 R_2 \qquad 25.22$$

La resistencia equivalente de una asociación de resistencias en paralelo se define como aquella resistencia R_{eq} para la cual la misma corriente total I produce la misma caída de potencial V (figura 25.17*b*):

$$V = IR_{eq} \qquad 25.23$$

Despejando I en esta ecuación y considerando la ecuación 25.22 y teniendo en cuenta que $I = I_1 + I_2$, tenemos:

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad 25.24$$

Dividiendo en ambos lados de la igualdad por V, tenemos

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

lo cual permite obtener la resistencia equivalente de las dos resistencias acopladas en paralelo. Este resultado puede generalizarse para combinaciones como las de la figura 25.18, en las cuales se conectan tres o más resistencias en paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots \qquad 25.25$$

RESISTENCIA EQUIVALENTE PARA RESISTENCIAS EN PARALELO

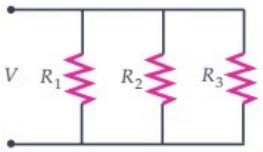


FIGURA 25.18 Tres resistencias en paralelo.

! La resistencia equivalente de una asociación de resistencias en paralelo es menor que la resistencia menor de la asociación.

PROBLEMA PRÁCTICO 25.7

Una resistencia de 2 Ω y otra de 4 Ω se conectan (*a*) en serie y (*b*) en paralelo. Determinar las resistencias equivalentes para ambos casos.

La resistencia equivalente de una asociación de resistencias en paralelo es menor que cualquiera de las resistencias de la asociación. De la ecuación 25.25, se puede ver que

$$\frac{1}{R_{eq}} > \frac{1}{R_i}$$

donde R_i es una resistencia cualquiera de la asociación. Multiplicando ambos lados de la desigualdad por el producto $R_{eq} R_i$, obtenemos

$$R_i > R_{eq}$$

Las resistencias son en realidad conductores que no conducen la corriente tan bien como los hilos utilizados en los circuitos, pero son conductores al fin y al cabo. El añadir más resistencias en paralelo implica añadir más caminos por donde pueden circular las cargas. La existencia de nuevos caminos en paralelo que posibilitan el flujo de cargas tiene como consecuencia la disminución de la resistencia total del sistema.

Ejemplo 25.8 Identificación de asociaciones en serie y en paralelo

Conceptual

El circuito mostrado en la figura 25.19 tiene una batería y seis resistencias. (*a*) ¿Cuáles, si es que hay alguna, están en serie? (*b*) ¿Cuáles en paralelo?

PLANTEAMIENTO En el caso de las resistencias conectadas en serie, la corriente que las atraviesa es la misma en todas ellas puesto que el camino seguido por las cargas es el mismo. En el caso de resistencias conectadas en paralelo la diferencia de potencial (voltaje) entre los extremos de cada una de ellas es idéntico.

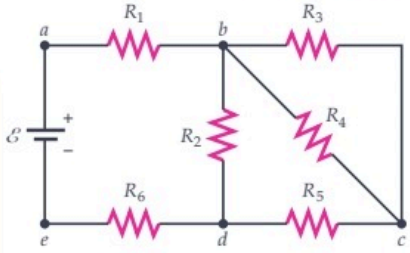


FIGURA 25.19

SOLUCIÓN

(*a*) En un circuito, la corriente sólo cambia en los nudos (puntos *b*, *c* y *d*):

(*b*) 1. El potencial a lo largo de un camino sólo cambia cuando hay baterías, resistencias o condensadores. Sean V_a, V_b, V_c, V_d, y V_e los potenciales en los puntos *a*, *b*, *c*, *d* y *e*, respectivamente. Construir una tabla en la que figure el potencial de los extremos de cada resistencia:

Resistencias 1 y 6 están conectadas en serie.

Resistencia	V_a	V_b	V_c	V_d	V_e
1	X	X			
2		X		X	
3		X	X		
4		X	X		
5			X	X	
6				X	X

2. La tabla revela que un extremo de la resistencia 3 y otro de la 4 están al potencial V_b, y los otros terminales de estas resistencias están a potencial V_c.

Resistencias 3 y 4 están conectadas en paralelo.

OBSERVACIÓN La resistencia 5 está en serie con la asociación en paralelo de la 3 y 4. La resistencia 2 está en paralelo con la asociación formada por la 3, 4 y 5. Además, la resistencia 6, la batería, la resistencia 1 y la asociación de las resistencias 2, 3, 4 y 5 están en serie.

ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Problemas con asociaciones de resistencias en serie y/o en paralelo

PLANTEAMIENTO Dibujar un circuito si el problema no lo aporta.

SOLUCIÓN

1. Identificar asociaciones de resistencias en serie y en paralelo, y calcular su resistencia equivalente.
2. Volver a dibujar el circuito de tal forma que las asociaciones en serie o en paralelo queden reemplazadas por sus respectivas resistencias equivalentes.
3. Repetir los pasos 1 y 2 hasta que no haya más asociaciones de resistencias, ni en serie ni en paralelo, es decir, hasta que sólo quede una resistencia en el circuito. Aplicar entonces la ley de Ohm, $V = IR$ y calcular la corriente.
4. Volver al dibujo anterior y calcular el voltaje (diferencia de potencial) y la corriente que atraviesa cada resistencia.
5. Repetir el paso 4 hasta calcular todas las corrientes y voltajes de interés.

COMPROBACIÓN Calcular la potencia disipada en cada resistencia (usando $P = VI$ o su equivalente) y calcular la potencia suministrada por las reacciones químicas de cada batería utilizando la expresión $P = I\mathcal{E}$. Posteriormente, comprobar que la potencia suministrada es igual a la disipada.

Ejemplo 25.9 Resistencias en paralelo

Una batería que genera una diferencia de potencial de 12 V se conecta a una asociación de resistencias de 4 Ω y 6 Ω, respectivamente, dispuestas en paralelo como muestra la figura 25.20. Determinar (*a*) la resistencia equivalente, (*b*) la intensidad total de la corriente, (*c*) la corriente que circula por cada resistencia, (*d*) la potencia disipada en cada resistencia y (*e*) la potencia suministrada por la batería.

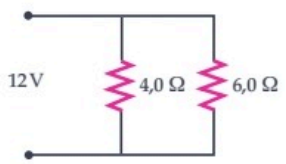


FIGURA 25.20

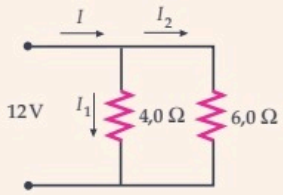


FIGURA 25.21

PLANTEAMIENTO Elegir símbolos y direcciones para las corrientes en el circuito de la figura 25.21.

SOLUCIÓN

(*a*) Calcular la resistencia equivalente:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{4{,}0\ \Omega} + \frac{1}{6{,}0\ \Omega} = \frac{3{,}0}{12{,}0\ \Omega} + \frac{2{,}0}{12{,}0\ \Omega} = \frac{5{,}0}{12{,}0\ \Omega}$$

$$R_{eq} = \frac{12{,}0\ \Omega}{5{,}0} = \boxed{2{,}4\ \Omega}$$

(*b*) La intensidad total es igual al cociente entre la caída de potencial y la resistencia equivalente:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12\ V}{2{,}4\ \Omega} = \boxed{5{,}0\ \text{A}}$$

(*c*) La intensidad que circula por cada resistencia se obtiene mediante la ecuación 25.22 y considerando que la caída de potencial es 12 V a través de la asociación en paralelo:

$$V = IR$$

$$I_1 = \frac{12\ V}{4{,}0\ \Omega} = \boxed{3{,}0\ \text{A}}$$

$$I_2 = \frac{12\ V}{6{,}0\ \Omega} = \boxed{2{,}0\ \text{A}}$$

(*d*) Utilizar estas corrientes para determinar la potencia disipada en cada resistencia:

$$P = VI = (IR)R = I^2R$$

$$P_1 = I_1^2R = (3{,}0\ \text{A})^2(4{,}0\ \Omega) = \boxed{36\ \text{W}}$$

$$P_2 = I_2^2R = (2{,}0\ \text{A})^2(6{,}0\ \Omega) = \boxed{24\ \text{W}}$$

(*e*) Utilizar $P = VI$ para calcular la potencia suministrada por la batería:

$$P = \mathcal{E}I = (12\ \text{V})(5{,}0\ \text{A}) = \boxed{60\ \text{W}}$$

COMPROBACIÓN La potencia suministrada por la batería es igual a la potencia total disipada en las dos resistencias, $P = 60\ \text{W} = 36\ \text{W} + 24\ \text{W}$. En el apartado (*d*), podíamos haber calculado la potencia disipada en cada resistencia a partir de $P_1 = VI_1 = (12\ \text{V})(3\ \text{A}) = 36\ \text{W}$ y $P_2 = VI_2 = (12\ \text{V})(2\ \text{A}) = 24\ \text{W}$.

OBSERVACIÓN La relación de las corrientes en las dos resistencias en paralelo es la relación inversa de los valores de sus resistencias. De este resultado se sigue que $I_1R_1 = I_2R_2$ (ecuación 25.22), de lo cual podemos deducir que

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \text{ (dos resistencias en paralelo)} \qquad 25.26$$

Ejemplo 25.10 Resistencias en serie — *Inténtelo usted mismo*

Una resistencia de 4 Ω y otra de 6 Ω se conectan en serie con una batería de fem 12 V cuya resistencia interna es despreciable. Determinar (*a*) la resistencia equivalente, (*b*) la intensidad que circula por el circuito, (*c*) la caída de potencial a través de cada resistencia, (*d*) la potencia disipada en cada resistencia y (*e*) la potencia total disipada.

SOLUCIÓN

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo.

Pasos	**Respuestas**
(*a*) 1. Dibujar un diagrama del circuito (figura 25.22).	
2. Calcular R_{eq} para las dos resistencias en serie.	$R_{eq} =$ 10,0 Ω
(*b*) Utilizar $V = IR_{eq}$ para determinar la corriente que atraviesa la batería.	$I =$ 1,2 A
(*c*) Utilizar la ley de Ohm para calcular la caída de potencial a través de cada resistencia.	$V_4 =$ 4,8 V $V_6 =$ 7,2 V
(*d*) Determinar la potencia disipada en cada resistencia mediante $P = I^2R$.	$P_4 =$ 5,8 W $P_6 =$ 8,6 W
(*e*) Sumar los resultados de (*d*) para determinar la potencia total.	$P =$ 14,4 W

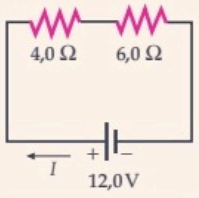


FIGURA 25.22

COMPROBACIÓN En este ejemplo, la corriente a través de la batería es de 1,2 A, pero en el correspondiente circuito paralelo con la misma resistencia, la corriente en la batería es de 5,0 A. La corriente en un circuito es menor cuando las resistencias se conectan en serie.

Ejemplo 25.11 Asociaciones de resistencias en serie y en paralelo

Inténtelo usted mismo

Considérese el circuito de la figura 25.23. Para el caso en que el interruptor S_1 está abierto y el interruptor S_2 está cerrado, determinar (*a*) la resistencia equivalente del circuito, (*b*) la intensidad total en la fuente de fem, (*c*) la caída de potencial a través de cada resistencia y (*d*) la intensidad que circula por cada resistencia. A continuación, se cierra el interruptor S_1. Ahora (*e*) determinar la intensidad de la corriente que circula en la resistencia de 2 Ω. (*f*) Si luego se abre el interruptor S_2 (mantener el S_1 cerrado), ¿cuáles son las caídas de potencial en la resistencia de 6 Ω y el interruptor S_2?

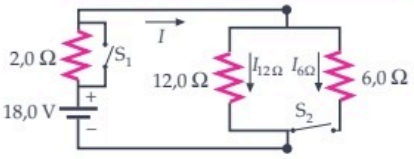


FIGURA 25.23

PLANTEAMIENTO (*a*) Para determinar la resistencia equivalente del circuito, reemplazar en primer lugar las dos resistencias en paralelo por su resistencia equivalente. La ley de Ohm puede entonces utilizarse para determinar la intensidad y las caídas de potencial. Para las partes (*b*) y (*c*), utilizar la ley de Ohm.

SOLUCIÓN

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo.

Pasos	Respuestas
(*a*) 1. Determinar la resistencia equivalente de la asociación en paralelo de las resistencias de 6 Ω y 12 Ω.	$R_{eq} = 4{,}0\ \Omega$
2. Combinar el resultado del paso 1 con la resistencia en serie de 2 Ω para determinar la resistencia equivalente total del circuito.	$R'_{eq} =$ 6,0 Ω
(*b*) Calcular la corriente total mediante la ley de Ohm. Esta es la corriente de la resistencia de 2 Ω.	$I_{2\Omega} =$ 3,0 A
(*c*) 1. Determinar la caída de potencial a través de la resistencia de 2 Ω a partir de $V_{2\Omega} = IR$.	$V_{2\Omega} =$ 6,0 V
2. Calcular la caída de potencial a través de la asociación en paralelo utilizando $V_p = IR_{eq}$, donde V_p es la caída de potencial a través de la asociación en paralelo.	$V_{6\Omega} = V_{12\Omega} =$ 12,0 V
(*d*) Determinar la corriente en las resistencias de 6 Ω y 12 Ω a partir de $I = V_p / R$.	$I_{6\Omega} =$ 2,0 A $I_{12\Omega} =$ 1,0 A
(*e*) Cuando S_1 se cierra, la caída de potencial en la resistencia de 2 Ω es cero. Mediante la ley de Ohm, calcular la corriente que pasa por esta resistencia.	$I_{2\Omega} =$ 0
(*f*) Cuando se abre S_2, la corriente a través de la resistencia de 6 Ω es cero. Utilizando la ley de Ohm, calcular la caída de potencial entre los extremos de esta resistencia. La suma de las caídas de potencial entre los extremos de la resistencia de 6 Ω y entre los extremos del interruptor S_2 es igual a la caída de potencial en la resistencia de 12 Ω.	$V_{6\Omega} =$ 0 $V_{S_2} = V_{12\Omega} =$ 18 V

COMPROBACIÓN Obsérvese que la corriente en la resistencia de 6 Ω es el doble que en la resistencia de 12 Ω, como era de esperar. Además, estas dos corrientes se suman para obtener I, la corriente total del circuito. Obsérvese, finalmente, que las caídas de potencial a través de la resistencia de 2 Ω y de la asociación en paralelo, sumadas, equivalen a la fem de la batería; $V_{2\Omega} + V_p = 6\ \text{V} + 12\ \text{V} = 18\ \text{V}$.

PROBLEMA PRÁCTICO 25.8 Repetir los apartados (*a*)–(*d*) de este ejemplo con la resistencia de 6 Ω reemplazada por una alambre de resistencia despreciable.

Ejemplo 25.12 Asociaciones múltiples

Inténtelo usted mismo

Determinar la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b* para la asociación de resistencias indicada en la figura 25.24.

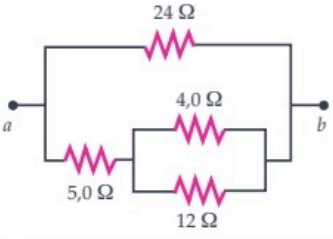


FIGURA 25.24

PLANTEAMIENTO Esta complicada asociación puede analizarse paso a paso. En primer lugar, se determina la resistencia equivalente R_{eq} de la asociación en paralelo de las resistencias de 4 Ω y 12 Ω. Después, se combina el resultado con la resistencia de 5 Ω que está en serie con la asociación en paralelo para determinar R'_{eq}. Finalmente, se determina la resistencia equivalente R''_{eq} resultante de la asociación en paralelo de la resistencia de 24 Ω y R'_{eq}.

SOLUCIÓN

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo.

Pasos	Respuestas
1. Determinar la resistencia equivalente R_{eq} de las resistencias en paralelo de 4 Ω y 12 Ω.	$R_{eq} = 3{,}0\ \Omega$
2. Determinar la resistencia equivalente R'_{eq} de R_{eq} en serie con la resistencia de 5 Ω.	$R'_{eq} = 8{,}0\ \Omega$
3. Determinar la resistencia equivalente de R'_{eq} en paralelo con la resistencia de 24 Ω.	$R''_{eq} = \boxed{6{,}0\ \Omega}$

COMPROBACIÓN Como era de esperar para combinaciones en paralelo, los resultados de los pasos 1 y 3 son menores que la resistencia de cualquiera de los resistencias que están en paralelo. Además, como es lógico, el resultado del paso 2 es mayor que cualquiera de las resistencias conectadas en serie.

Ejemplo 25.13 Fundiendo el fusible

Póngalo en su contexto

Supongamos que estamos preparando un refrigerio con algunos compañeros que nos permita pasar en buena forma una intensa noche de estudio. Para ello, decidimos preparar café, tostadas y palomitas. Ponemos en marcha el tostador y el microondas en el que nos disponemos a hacer las palomitas. Como el apartamento donde estamos pertenece a un edificio antiguo, son habituales los problemas con los fusibles cuando tenemos varios aparatos eléctricos en marcha al mismo tiempo. Nos preguntamos si podríamos hacer el café ya. Miramos en las especificaciones de cada uno de los aparatos que tenemos en marcha y vemos que el tostador consume unos 900 W, el microondas 1200 W y la cafetera 600 W. Nuestra experiencia previa nos dice que los fusibles soportan como máximo 20 A.

PLANTEAMIENTO Podemos asumir que los circuitos domésticos están cableados (conectados) en paralelo para que la conexión a la red de un aparato no afecte a otros que estén en el circuito. El voltaje doméstico en Estados Unidos es de 120 V. (Para este análisis podemos obviar el hecho de que la red no es de corriente continua.) Sumando las corrientes necesarias para que funcionen cada uno de los aparatos, podemos comparar el resultado con la corriente total que es capaz de soportar el fusible sin fundirse.

SOLUCIÓN

1. La potencia suministrada a un aparato es igual a la intensidad de corriente multiplicada por la caída de potencial entre sus bornes. Esto es, $P = IV$. Despejando la corriente de cada aparato:

$$I_{tostador} = \frac{P_{tostador}}{V} = \frac{900\ \text{W}}{120\ \text{V}} = 7{,}5\ \text{A}$$

$$I_{microondas} = \frac{P_{microondas}}{V} = \frac{1200\ \text{W}}{120\ \text{V}} = 10{,}0\ \text{A}$$

$$I_{cafetera} = \frac{P_{cafetera}}{V} = \frac{600\ \text{W}}{120\ \text{V}} = 5{,}0\ \text{A}$$

2. La corriente que atraviesa el fusible es la suma de todas las que hemos calculado en el paso 1:

$$I_{fusibles} = 22{,}5\ \text{A}$$

3. La suma de las corrientes de los diferentes aparatos supera lo que puede soportar el fusible (20 A):

Por tanto, deberemos esperar antes de hacer el café.

COMPROBACIÓN La máxima potencia posible que se disipa en el circuito de 120 V por el que circula una corriente de 20 A es $P_{máx} = I_{máx}V = (20\ \text{A})(120\ \text{V}) = 2400\ \text{W}$. La potencia total que se necesita para poner en funcionamiento los tres aparatos simultáneamente es 900 W + 1200 W + 600 W = 2700 W, lo cual excede en 300 W la potencia máxima que el circuito puede disipar.

OBSERVACIÓN Asumimos que el apartamento dispone de un único circuito y, por lo tanto, de un único fusible. Generalmente, hay varios fusibles, uno para cada uno de los circuitos de las instalaciones eléctricas. Para que el fusible no se funda, la cafetera se puede enchufar en una toma eléctrica diferente de la que hemos enchufado el tostador y el microondas.

25.5 REGLAS DE KIRCHHOFF

Existen muchos circuitos simples, tales como el indicado en la figura 25.25, que no se pueden analizar simplemente reemplazando asociaciones de resistencias por una resistencia equivalente. Por ejemplo, las dos resistencias, R_1 y R_2, de este circuito parecen estar en paralelo, pero no es así. La caída de potencial no es la misma a través de ambas resistencias, debido a la presencia de la fuente de fem $\mathcal{E}_2$ en serie con R_2. Además, R_1 y R_2 no transportan la misma corriente, pues no están en serie.

Existen dos reglas, llamadas **reglas de Kirchhoff**, que se pueden aplicar a éste y a cualquier otro circuito:

1. La suma algebraica de las variaciones de potencial a lo largo de cualquier bucle o malla del circuito debe ser igual a cero.
2. En un punto o nudo de ramificación de un circuito en donde puede dividirse la corriente, la suma de las corrientes que entran en el nudo debe ser igual a la suma de las corrientes que salen del mismo.

REGLAS DE KIRCHHOFF

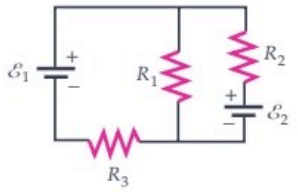


FIGURA 25.25 Circuito simple en el que no pueden sustituirse las resistencias en serie o en paralelo por su resistencia equivalente. Las diferencias de potencial a lo largo de las resistencias R_1 y R_2 no son iguales debido a la existencia de la fuente de fem $\mathcal{E}_2$; por lo tanto, no están en paralelo. (Las resistencias en paralelo deben conectarse entre sí por sus extremos.) Las resistencias no soportan la misma corriente y, por lo tanto, tampoco están en serie.

La primera regla de Kirchhoff, llamada **regla de las mallas,** se introdujo en el capítulo 24. Esta regla se deriva directamente de que el campo $\vec{E}^*$ es conservativo, lo cual significa que

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \qquad 25.27$$

donde la integral se toma alrededor de cualquier curva cerrada C. Las variaciones en el potencial ΔV y en $\vec{E}$ están relacionadas por $\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$. De esta forma, la ecuación 25.27 implica que la suma de las variaciones del potencial (la suma de todos los ΔV) alrededor de un circuito cerrado se anula.

La segunda regla de Kirchhoff, llamada **regla de los nudos**, se deduce de la conservación de la carga. La figura 25.26 muestra la unión o nudo de tres conductores por los que circulan las corrientes I_1, I_2 e I_3. Puesto que no se crean ni se destruyen cargas en este punto, la conservación de la carga implica la regla de los nudos, que en este caso nos da

$$I_1 = I_2 + I_3 \qquad 25.28$$

Las cargas se acumulan en las superficies de los conductores. Sin embargo, se requeriría una superficie muy grande, como las superficies de las placas de algunos condensadores, para acumular una cantidad de carga tan significativa. Las superficies de los conductores, es decir, de los hilos de un circuito, son demasiado pequeñas para acumular semejante cantidad de carga.

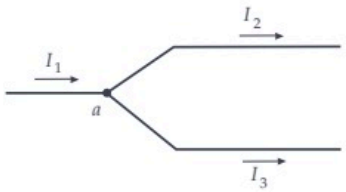


FIGURA 25.26 Ilustración de la regla de los nudos de Kirchhoff. La corriente I_1 en el punto a es igual a la suma $I_2 + I_3$ de las corrientes que salen del punto a.

CIRCUITOS DE UNA SOLA MALLA

Como ejemplo de aplicación de la regla de las mallas de Kirchhoff consideremos el circuito de la figura 25.27, formado por dos baterías, con resistencias internas r_1 y r_2, y tres resistencias externas. Deseamos determinar la corriente en función de las fem y resistencias.

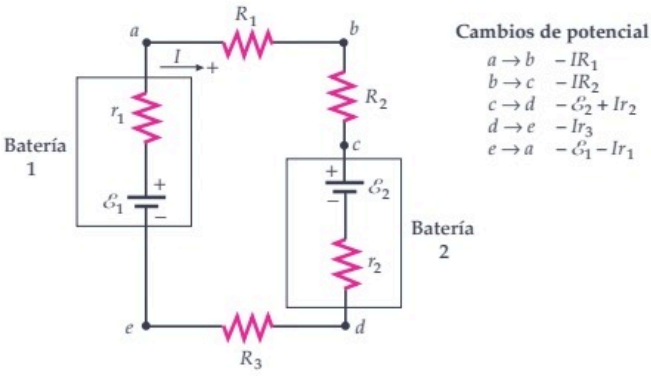


FIGURA 25.27 Circuito formado por dos baterías y tres resistencias externas.

* En el capítulo 28, se analiza un campo eléctrico que no es conservativo. En ese caso, el campo eléctrico resultante es debido a la superposición de dos campos eléctricos, uno conservativo y otro que no lo es. La regla de Kirchhoff de las mallas se aplica sólo al campo eléctrico conservativo.

Elegimos el sentido de las agujas del reloj como positivo, según está indicado en la figura 25.27, y aplicamos la regla de Kirchhoff de las mallas recorriendo el circuito en el sentido positivo, comenzando en el punto *a*. Obsérvese que hay una caída de potencial al atravesar la fuente de fem entre *c* y *d* y un incremento de potencial al atravesar la fuente de potencial entre *e* y *a*. Suponiendo que *I* es positiva, se produce una caída de potencial al atravesar cada una de las resistencias. Comenzando en el punto *a*, la regla de las mallas de Kirchhoff nos da:

$$(V_b - V_a) + (V_c - V_b) + (V_d - V_c) + (V_e - V_d) + (V_a - V_e) = 0$$

expresando las diferencias de potencial en términos de fuerzas electromotrices, intensidades y resistencias, tenemos que

$$(-IR_1) + (-IR_2) + (-\mathcal{E}_2 - Ir_2) + (-IR_3) + (\mathcal{E}_1 - Ir_1) = 0$$

Despejando el valor de la intensidad, se obtiene

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2} \qquad 25.29$$

Si $\mathcal{E}_2$ es mayor que $\mathcal{E}_1$, se obtiene un número negativo para la corriente *I*, indicando que ésta circula en sentido negativo (opuesto al movimiento de las agujas del reloj).

En este ejemplo, se supone que $\mathcal{E}_1$ es mayor que $\mathcal{E}_2$, de tal forma que la corriente es positiva. Además, se acostumbra definir la corriente positiva cuando las cargas positivas se mueven en la malla en sentido horario. (Los portadores de carga reales tienen carga negativa, pues son electrones, y se mueven en sentido antihorario.) En la batería 2, la carga fluye del potencial más alto al más bajo. Por lo tanto, una carga ΔQ que sale de la batería 2 desde el punto *c* hasta el punto *d* pierde una energía $\Delta Q\mathcal{E}_2$ (más la energía disipada en la batería por el efecto Joule debido a que tiene una resistencia interna). Si esta batería es recargable, la energía eléctrica se convierte en energía química y se almacena en ella, lo que significa que la batería 2 está cargándose.

Normalmente, el análisis del circuito se simplifica si elegimos un punto como potencial cero y referimos a éste los potenciales de los restantes puntos. Como sólo son importantes las diferencias de potencial, cualquier punto del circuito puede escogerse como potencial cero. En muchos circuitos, un punto se conecta a una barra metálica que se inserta en tierra. A este punto, conocido como toma de tierra, se le asigna un valor de potencial igual a cero. En un automóvil, la terminal negativa de su batería se conecta al chasis por medio de un cable pesado, denominado cable de tierra, y el punto donde se conecta al chasis es la toma de tierra de los circuitos de la batería del coche. En el siguiente ejemplo, se ha escogido el punto *e* como potencial cero. Esto viene indicado en el circuito por el símbolo $\frac{\perp}{\equiv}$ en el punto *e*.

Ejemplo 25.14 Determinación del potencial

Supongamos que los elementos del circuito de la figura 25.28 tienen los valores $\mathcal{E}_1 = 12$ V, $\mathcal{E}_2 = 4$ V, $r_1 = r_2 = 1\ \Omega$, $R_1 = R_2 = 5\ \Omega$, y $R_3 = 4\ \Omega$. (*a*) Calcular los potenciales en los puntos *a*, *b*, *c*, *d* y *e* indicados en la figura considerando que el potencial en el punto *e* es cero. (*b*) Determinar la potencia de entrada y de salida del circuito.

PLANTEAMIENTO Para determinar las diferencias de potencial, necesitamos determinar en primer lugar la corriente *I* que circula por el circuito. La caída de voltaje a través de cada resistencia es igual a *IR*. Para analizar el balance energético, calcularemos la potencia de entrada y de salida en cada elemento utilizando las ecuaciones 25.14 y 25.15.

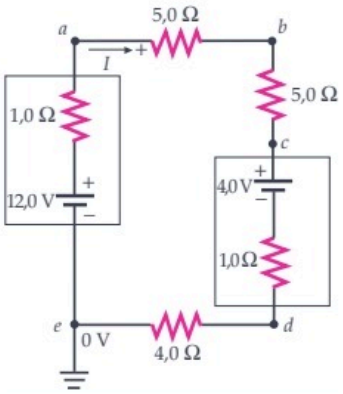


FIGURA 25.28

SOLUCIÓN

(*a*) 1. La corriente I del circuito se obtiene a partir de la ecuación 25.29:

$$I = \frac{12{,}0\ \text{V} - 4{,}0\ \text{V}}{5{,}0\ \Omega + 5{,}0\ \Omega + 4{,}0\ \Omega + 1{,}0\ \Omega + 1{,}0\ \Omega} = \frac{8{,}0\ \text{V}}{16\ \Omega} = 0{,}50\ \text{A}$$

2. A continuación, calculamos el potencial en cada uno de los puntos especificados en el circuito:

$$V_a = V_e + \mathcal{E}_1 - Ir_1 = 0 + 12{,}0\ \text{V} - (0{,}50\ \text{A})(1{,}0\ \Omega) = \boxed{11{,}5\ \text{V}}$$

$$V_b = V_a - IR_1 = 11{,}5\ \text{V} - (0{,}50\ \text{A})(5{,}0\ \Omega) = \boxed{9{,}0\ \text{V}}$$

$$V_c = V_b - IR_2 = 9{,}0\ \text{V} - (0{,}50\ \text{A})(5{,}0\ \Omega) = \boxed{6{,}5\ \text{V}}$$

$$V_d = V_c - \mathcal{E}_2 - Ir_2 = 6{,}5\ \text{V} - 4{,}0\ \text{V} - (0{,}50\ \text{A})(1{,}0\ \Omega) = \boxed{2{,}0\ \text{V}}$$

$$V_e = V_d + IR_3 = 2{,}0\ \text{V} - (0{,}50\ \text{A})(4{,}0\ \Omega) = \boxed{0{,}0\ \text{V}}$$

(*b*) 1. En primer lugar, se calcula la potencia suministrada por la fuente de fem $\mathcal{E}_1$:

$$P_{\mathcal{E}_1} = \mathcal{E}_1 I = (12{,}0\ \text{V})(0{,}50\ \text{A}) = 6{,}0\ \text{W}$$

2. Una parte de esta potencia se disipa en las resistencias, tanto internas como externas:

$$P_R = I^2R_1 + I^2R_2 + I^2R_3 + I^2r_1 + I^2r_2 = (0{,}50\ \text{A})^2(5{,}0\ \Omega + 5{,}0\ \Omega + 4{,}0\ \Omega + 1{,}0\ \Omega + 1{,}0\ \Omega) = 4{,}0\ \text{W}$$

3. Los restantes 2 W de potencia se destinan a cargar la batería 2:

$$P_{\mathcal{E}_2} = \mathcal{E}_2 I = (4{,}0\ \text{V})(0{,}50\ \text{A}) = 2{,}0\ \text{W}$$

4. La energía potencial por unidad de tiempo consumida por el circuito es:

$$P = P_R + P_{\mathcal{E}_1} = 6{,}0\ \text{W}$$

COMPROBACIÓN El ritmo con el que la batería de 12 volts convierte la energía química en energía potencial eléctrica (6,0 W) es igual al ritmo con el que la batería de 4 volts convierte la energía potencial eléctrica en energía química (2,0 W) más el que corresponde a la disipación de energía potencial (4,0 W).

Obsérvese que el voltaje en los bornes de la batería del ejemplo 25.14 que se está cargando es igual a $V_c - V_d = 4{,}5$ V, es decir, un valor superior al de la fem de la batería. Si la misma batería de 4 V tuviese que suministrar 0,5 A a un circuito externo, su voltaje en bornes sería de 3,5 V (suponiendo de nuevo que el valor de su resistencia interna es de 1 Ω). Si la resistencia interna es muy pequeña, el voltaje en bornes de la batería es, aproximadamente, igual a su fem, tanto si cede corriente a un circuito externo como si se está cargando. Algunas baterías reales, como los acumuladores utilizados en los coches, son prácticamente reversibles y se pueden recargar fácilmente; otros tipos de baterías no lo son. Si se intenta recargar una de estas últimas mediante el sistema de hacer pasar corriente a través de ella desde su polo positivo al negativo, en la mayor parte de los casos, si no en todos, la energía suministrada se disipa en forma de calor y no en energía química de batería.

Ejemplo 25.15 Poniendo en marcha un coche

Una batería de automóvil totalmente cargada* se conecta mediante cables a otra batería descargada para proceder a su carga. (*a*) ¿A qué borne de la batería descargada debemos conectar el borne positivo de la batería cargada? (*b*) Suponer que la cargada tiene una fem $\mathcal{E}_1 = 12$ V mientras que la descargada tiene una fem $\mathcal{E}_2 = 11$ V, que las resistencias internas de las baterías son $r_1 = r_2 = 0{,}02\ \Omega$ y que la resistencia de los cables es $R = 0{,}01\ \Omega$. ¿Cuál será la corriente de carga? (*c*) ¿Y si las baterías se conectan incorrectamente? ¿Cuál sería la corriente?

PLANTEAMIENTO Para resolver la parte (*a*) del problema, las baterías deberán conectarse con objeto de que la que está inicialmente descargada se cargue. Para calcular la corriente, se aplica la regla de las mallas de Kirchhoff.

* Las baterías no almacenan carga. Una batería *totalmente cargada* es aquella que contiene la máxima cantidad de energía química almacenada.

SOLUCIÓN

(*a*) Para cargar la batería descargada, se conectan entre sí los bornes positivos de ambas baterías, así como los bornes negativos, a fin de que pueda transportarse carga a través de la batería descargada desde el borne positivo al borne negativo. La figura 25.29 muestra el diagrama de circuito de este proceso:

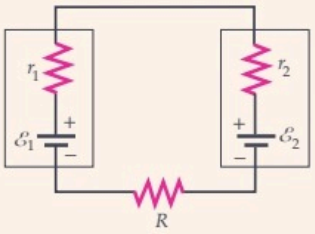


FIGURA 25.29

(*b*) Mediante la regla de las mallas de Kirchhoff se determina la corriente de carga:

$$\mathcal{E}_1 - Ir_1 - Ir_2 - \mathcal{E}_2 - IR = 0$$

por lo tanto,

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{12{,}0\ \text{V} - 11{,}0\ \text{V}}{0{,}050\ \Omega} = \boxed{20\ \text{A}}$$

(*c*) Si las baterías se conectan incorrectamente, terminales positivos con negativos, las fem se suman:

$$\mathcal{E}_1 - Ir_1 + \mathcal{E}_2 - Ir_2 - IR = 0$$

por lo tanto,

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{12{,}0\ \text{V} + 11{,}0\ \text{V}}{0{,}050\ \Omega} = \boxed{460\ \text{A}}$$

COMPROBACIÓN Si las baterías se conectan incorrectamente, como indica la figura 25.30, la resistencia total del circuito es del orden de centésimas de un ohm, la corriente es muy grande y ambas baterías pueden explotar, produciendo un vertido de ácido hirviendo.

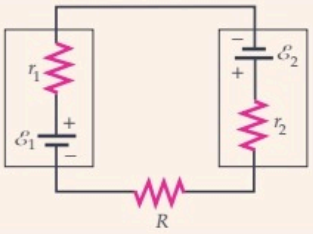


FIGURA 25.30 Dos baterías conectadas incorrectamente. Se trata de una situación peligrosa.

CIRCUITO DE MÚLTIPLES MALLAS

En circuitos con múltiples mallas, inicialmente no se suele conocer el sentido de la corriente de cada rama. Afortunadamente, para aplicar la reglas de Kirchhoff no necesitamos conocer de entrada dichos sentidos. De hecho, estas reglas nos permiten determinar, entre otras cosas, estos sentidos. Para resolver el problema, debemos asignar arbitrariamente un determinado sentido en cada rama que definiremos como positivo y cuya representación vendrá dada por una flecha que indica el flujo de la corriente (véase la figura 25.31). Si cuando calculamos mediante las reglas de Kirchhoff cada una de las intensidades, la correspondiente a una rama determinada es negativa, esto implicará que el sentido es el contrario del inicialmente asignado, y si es positiva, el sentido asignado será el correcto. La corriente siempre circula por una resistencia de mayor a menor potencial. Por consiguiente, siempre que se atraviesa una resistencia en el sentido de la corriente, el cambio del potencial es negativo y viceversa. Se puede aplicar la siguiente regla:

FIGURA 25.31 En principio, no tiene por qué saberse si la intensidad de corriente es positiva o negativa. Tanto si es positiva como negativa, $V_b - V_a = -IR$. Si la corriente I va en la dirección ascendente del dibujo, I es positiva y $-IR$ es una cantidad negativa. Si, por el contrario, la corriente va hacia abajo, I es negativa y $-IR$ es positiva.

> Para cada rama del circuito, dibujamos una flecha indicando el sentido positivo de la corriente. La diferencia de potencial ΔV entre los extremos final e inicial de una determinada resistencia, definidos estos extremos por el sentido de la corriente, es igual a $-IR$. El ΔV entre los extremos inicial y final es IR.
>
> REGLA DEL SIGNO PARA LA DIFERENCIA DE POTENCIAL A TRAVÉS DE UNA RESISTENCIA

Si atravesamos una resistencia en sentido positivo, e I es positiva, entonces $-IR$ es negativo. Esto es así porque la corriente va siempre en el sentido de potencial decreciente. Si atravesamos la resistencia en sentido positivo, e I es negativa, enton-

ces $-IR$ es una cantidad positiva. De forma similar, si atravesamos la resistencia en sentido negativo, e I es positiva, IR es positivo, y si lo hacemos en sentido negativo, e I es negativa, el resultado es que IR es una cantidad negativa.

Para analizar circuitos que contienen más de una rama, necesitamos utilizar ambas leyes de Kirchhoff. La regla de los nudos de Kirchhoff se aplica en los puntos del circuito en los que la corriente se distribuye por diferentes conductores.

Ejemplo 25.16 Aplicación de las reglas de Kirchhoff

(*a*) Determinar la corriente en cada parte del circuito mostrado en la figura 25.32. (*b*) Calcular la energía disipada en 3 s en la resistencia de 4 Ω.

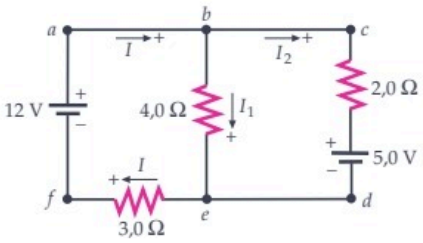


FIGURA 25.32

PLANTEAMIENTO Como existen tres intensidades de corriente a determinar, I, I_1 e I_2, necesitaremos tres ecuaciones. Una ecuación procede de aplicar la regla de los nudos al punto *b*. (Igualmente podía aplicarse al punto *e*, pero obtendríamos la misma información.) Las otras dos ecuaciones se obtienen mediante la regla de las mallas. Existen tres mallas en el circuito: las dos interiores *abefa* y *bcdeb* y la exterior *abcdefa*. Podemos utilizar dos cualesquiera de ellas —la tercera nos daría una información redundante. Existe un sentido fijado por la flecha en cada rama del circuito de la figura 25.32. El sentido que indica la flecha en cada rama es por definición la positiva. Si nuestro cálculo determina que la corriente en una rama tiene valor negativo, esto implicará que la corriente va en esta rama en sentido opuesto al de la flecha.

SOLUCIÓN

(*a*) 1. Aplicar la regla de los nudos al punto *b*: $I = I_1 + I_2$

2. Aplicar la regla de las mallas al circuito exterior *abcdefa*: $-(2{,}0\ \Omega)I_2 - 5{,}0\ \text{V} - (3{,}0\ \Omega)(I_1 + I_2) + 12\ \text{V} = 0$

3. Dividir la ecuación anterior por 1 Ω, recordando que (1 V)/(1 Ω) = 1 A, y simplificar: $7{,}0\ \text{A} - 3{,}0I_1 - 5{,}0I_2 = 0$

4. Para la tercera condición, aplicar la regla de las mallas a la malla derecha *bcdeb*: $-(2{,}0\ \Omega)I_2 - 5{,}0\ \text{V} + (4{,}0\ \Omega)I_1$ por tanto, $-5{,}0\ \text{V} + 4{,}0I_1 - 2{,}0I_2 = 0$

5. Los resultados de los pasos 3 y 4 pueden combinarse para determinar I_1 e I_2. Para hacer esto, multiplicar el resultado del paso 3 por 2, y el resultado del paso 4 por −5: $14\ \text{A} - 6{,}0I_1 - 10I_2 = 0$
$25\ \text{A} - 20I_1 + 10I_2 = 0$

6. Restando miembro a miembro las ecuaciones del paso 5, se elimina I_2 y se puede despejar I_1: $39\ \text{A} - 26I_1 = 0$
$$I_1 = \frac{39\ \text{A}}{26} = \boxed{1{,}5\ \text{A}}$$

7. Sustituir I_1 en los resultados de los pasos 3 o 4 para obtener el valor de I_2: $7{,}0\ \text{A} - 3{,}0(1{,}5\ \text{A}) - 5{,}0I_2 = 0$
$$I_2 = \frac{2{,}5\ \text{A}}{5{,}0} = \boxed{0{,}50\ \text{A}}$$

8. Finalmente, conocidas I_1 e I_2 se calcula I mediante la ecuación del paso 1: $I = I_1 + I_2 = 1{,}5\ \text{A} + 0{,}50\ \text{A} = \boxed{2{,}0\ \text{A}}$

(*b*) 1. La potencia disipada en la resistencia de 4 Ω se determina mediante $P = I_1^2R$: $P = I_1^2R = (1{,}5\ \text{A})^2(4{,}0\ \Omega) = 9{,}0\ \text{W}$

2. La energía total disipada en un tiempo Δt es $W = P\Delta t$. En este caso, $\Delta t = 3$ s: $W = P\,\Delta t = (9{,}0\ \text{W})(3{,}0\ \text{s}) = \boxed{27\ \text{J}}$

COMPROBACIÓN En la figura 25.33, hemos elegido el potencial nulo en el punto *f* y hemos especificado las corrientes y los potenciales en los restantes puntos. Obsérvese que $V_b - V_e = 6$ V, y $V_e - V_f = 6$ V. Aplicando la regla de las mallas a la de la izquierda, obtenemos $+12\ \text{V} - 6{,}0\ \text{V} - 6{,}0\ \text{V} = 0$.

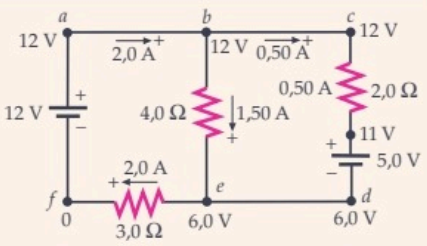


FIGURA 25.33

OBSERVACIÓN Aplicando la regla de las mallas a la malla de la izquierda, *abefa*, se obtiene $12\ \text{V} - (4\ \Omega)I_1 - (3\ \Omega)(I_1 + I_2) = 0$, es decir, $12\ \text{A} - 7I_1 - 3\ I_2 = 0$. Obsérvese que éste es justamente el resultado del paso 3 menos el resultado del paso 4 y, por lo tanto, no contiene nueva información, como era de esperar.

PROBLEMA PRÁCTICO 25.9 Determinar I_1 para el caso en que la resistencia de 3 Ω tiende a ser (*a*) una resistencia nula y (*b*) una resistencia infinita.

El ejemplo 25.16 ilustra el método general para el análisis de circuitos con múltiples mallas. A continuación, resumimos las diversas etapas del método para resolver este tipo de problemas.

ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Método para analizar los circuitos multimalla

PLANTEAMIENTO Dibujar un esquema del circuito.

SOLUCIÓN

1. Reemplazar cualquier asociación de resistencias o capacidades en serie o paralelo por su resistencia equivalente.
2. Repetir el proceso del paso 1 tantas veces como sea necesario.
3. Elegir un sentido para la corriente en cada rama del circuito e indicar el sentido positivo con una flecha. Especificar las corrientes de cada rama. Añadir los signos más y menos para indicar los extremos de los terminales de potencial mayor y menor de cada fuente de fem.
4. Aplicar la regla de los nudos a cada una de las uniones en donde la corriente se divide.
5. Aplicar la regla de las mallas a cada uno de los bucles cerrados hasta obtener tantas ecuaciones como incógnitas. Cuando se atraviesa una resistencia en sentido positivo, el cambio en el potencial es $-IR$. Cuando se atraviesa una batería desde el terminal negativo al positivo, el cambio en el potencial es $\mathcal{E} \pm Ir$.
6. Resolver las ecuaciones para deducir los valores de las incógnitas.

COMPROBACIÓN Comprobar los resultados asignando un potencial cero a un punto del circuito y utilizar los valores de las corrientes para determinar los potenciales en otros puntos del circuito.

Ejemplo 25.17 Circuito con tres ramas

(*a*) Determinar la intensidad de la corriente en cada parte del circuito mostrado en la figura 25.34. (*b*) Asignar $V = 0$ en el punto *c* y después especificar el potencial en cada uno de los puntos de *a* a *f* respecto de aquél.

PLANTEAMIENTO En primer lugar, reemplazar las dos resistencias en paralelo por su resistencia equivalente. En segundo lugar, asignar una dirección positiva a cada malla e indicarla con una flecha. En tercer lugar, poner un signo + y otro − en los correspondientes bornes de la batería. Asignar un símbolo a cada malla. Las corrientes pueden deducirse aplicando la regla de los nudos a los puntos *b* y *e*, y la regla de las mallas a cada uno de los bucles cerrados del circuito.

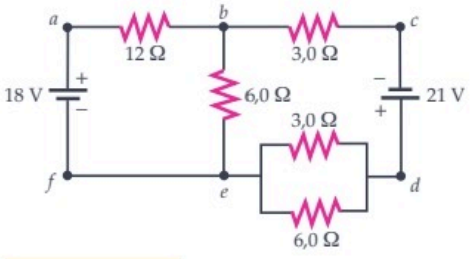


FIGURA 25.34

SOLUCIÓN

(*a*) 1. Determinar la resistencia equivalente de la asociación en paralelo de las resistencias de 3 Ω y 6 Ω.

$R_{eq} = 2{,}0\ \Omega$

2. Volver a dibujar el circuito (figura 25.35) con una resistencia de 2 Ω en lugar de la asociación en paralelo. Poner una flecha en cada malla para asignar la dirección de la corriente. Sea I la corriente de la malla con la batería de 18 V, I_1 la corriente en la resistencia de 6 Ω, e I_2 la corriente de la malla con la batería de 21 V:

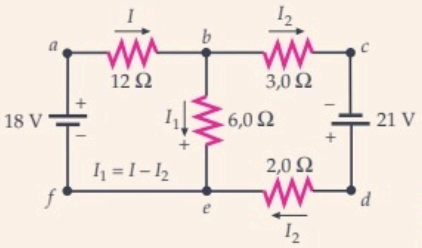


FIGURA 25.35

3. Aplicar la regla del nudo en el punto *b*:

$I = I_1 + I_2$

4. Aplicar la regla de las mallas de Kirchhoff a la malla *abefa* para obtener una ecuación donde aparezcan I e I_2:

$18\ \text{V} - (12\ \Omega)I - (6{,}0\ \Omega)I_1 = 0$

5. Simplificar la ecuación del paso 4 (dividiendo ambos miembros de la igualdad por 6 Ω):

$3{,}0\ \text{A} - 2{,}0I - 1{,}0I_1 = 0$

6. Aplicar la regla de las mallas de Kirchhoff a la malla *bcdeb*:

$-(3{,}0\ \Omega)I_2 + 21\ \text{V} - (2{,}0\ \Omega)I_2 + (6{,}0\ \Omega)I_1 = 0$

7. Simplificar la ecuación del paso 6 (dividiendo ambos miembros por 1,0 Ω):

$21\ \text{A} + 6{,}0I_1 - 5{,}0I_2 = 0$

8. Resolver las ecuaciones de los pasos 3, 5 y 7 para obtener I, I_1 e I_2. Una forma de hacer esto es sustituir $I_1 + I_2$ por I en la ecuación del paso 5 para obtener $3{,}0\ \text{A} - 3{,}0\ I_1 - 2{,}0I_2 = 0$. Esta ecuación y la del paso 7 constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Despejar las corrientes:

$I_1 = \boxed{-1{,}0\ \text{A}}$ $I_2 = \boxed{3{,}0\ \text{A}}$ $I = \boxed{2{,}0\ \text{A}}$

9. Utilizar $V = I_2 R_{eq}$ para determinar la caída de potencial a través de las resistencias en paralelo de 3 Ω y 6 Ω.

$V = 6{,}0\ \text{V}$

10. Utilizar el resultado del paso 9 y la ley de Ohm para determinar la corriente en cada una de las resistencias en paralelo:

$I_{3\,\Omega} = \boxed{2{,}0\ \text{A}}$ $I_{6\,\Omega} = \boxed{1{,}0\ \text{A}}$

(*b*) Volver a dibujar la figura 25.35 especificando el valor de la intensidad y su dirección en cada parte del circuito (figura 25.36). Comenzar con $V = 0$ en el punto *c* y calcular el potencial en los puntos *d*, *e*, *f*, *a* y *b*:

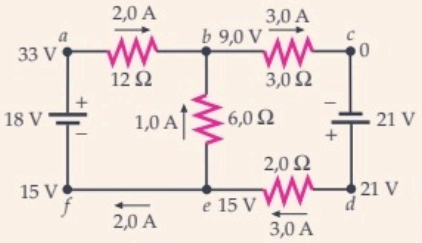


FIGURA 25.36

$V_d = V_c + 21\ \text{V} = 0 + 21\ \text{V} = \boxed{21\ \text{V}}$

$V_e = V_d - (3{,}0\ \text{A})(2{,}0\ \Omega) = 21\ \text{V} - 6{,}0\ \text{V} = \boxed{15\ \text{V}}$

$V_f = V_e = \boxed{15\ \text{V}}$

$V_a = V_f + 18\ \text{V} = 15\ \text{V} + 18\ \text{V} = \boxed{33\ \text{V}}$

$V_b = V_a - (2{,}0\ \text{A})(12{,}0\ \Omega) = 33\ \text{V} - 24\ \text{V} = \boxed{9\ \text{V}}$

COMPROBACIÓN De *b* a *c* el potencial cae $(3\ \text{A})(3\ \Omega) = 9\ \text{V}$, lo cual da $V_c = 0$, como se ha supuesto inicialmente. De *e* a *b* el potencial cae $(1\ \text{A})(6\ \Omega) = 6\ \text{V}$, de modo que entonces el potencial en *b* sería $V_b = V_e - 6\ \text{V} = 15\ \text{V} - 6\ \text{V} = 9\ \text{V}$.

AMPERÍMETROS, VOLTÍMETROS Y OHMÍMETROS

Los dispositivos que miden la corriente, la diferencia de potencial y la resistencia se denominan **amperímetros**, **voltímetros** y **ohmímetros**, respectivamente. A menudo, los tres dispositivos están incluidos en un solo *multímetro*, que se conecta según se use uno u otro. Cualquiera puede usar un voltímetro para medir la tensión entre los bornes de la batería del coche o un ohmímetro para determinar la resistencia entre dos puntos de un aparato eléctrico doméstico (por ejemplo, un tostador de pan o una bombilla) en el que se sospecha que hay un cortocircuito o un cable roto.

Para medir la intensidad de corriente a través de la resistencia del circuito simple de la figura 25.37, colocamos un amperímetro en serie con la resistencia, según se indica en la figura, de modo que el amperímetro y la resistencia sean recorridos por la misma corriente. Puesto que el amperímetro tiene cierta resistencia, la corriente del circuito se modifica cuando se incluye el amperímetro. En el caso ideal, el amperímetro deberá tener una resistencia muy pequeña de modo que introduzca una variación despreciable en la corriente a medir.

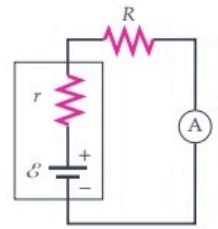


FIGURA 25.37 Para medir la corriente que circula por la resistencia R, se coloca un amperímetro (círculo A) en serie con ella, de tal modo que por él circula la misma corriente que por la resistencia.

La diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia se mide colocando un voltímetro en paralelo con ella, según se indica en la figura 25.38, de modo que la caída de potencial a través del voltímetro sea la misma que a través de la resistencia. El voltímetro reduce la resistencia entre los puntos a y b, aumentando así la corriente total que circula en el circuito y variando la caída de potencial a través de la resistencia. Un buen voltímetro tiene una resistencia muy grande, para hacer mínima su influencia sobre el circuito.

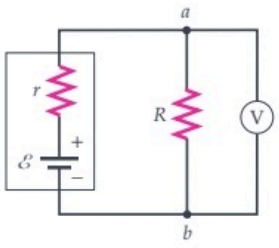


FIGURA 25.38 Para medir la caída de tensión entre los extremos de una resistencia, se coloca un voltímetro (círculo V) en paralelo con ella, de modo que las caídas de potencial a través del voltímetro y la resistencia es la misma.

El componente principal de un amperímetro o un voltímetro es el **galvanómetro**, aparato que detecta una pequeña corriente que pasa a su través. El galvanómetro se diseña de modo que la lectura en la escala sea proporcional a la corriente que pasa por él. Un galvanómetro típico utilizado en los laboratorios de prácticas para estudiantes consiste en una bobina de alambre situada en el campo magnético de un imán permanente. Cuando circula una corriente por la bobina, el campo magnético ejerce un momento de fuerza sobre ella y la hace girar. Un vástago unido a la bobina indica la lectura sobre una escala. La propia bobina contribuye con una pequeña resistencia al conectar el galvanómetro al circuito.

Para construir un amperímetro mediante un galvanómetro se coloca una resistencia pequeña, denominada **resistencia *shunt***, en *paralelo* con el galvanómetro. Puesto que la resistencia *shunt* es normalmente mucho menor que la resistencia del galvanómetro, la mayor parte de la corriente circula por el *shunt*. De este modo, la resistencia efectiva del amperímetro es aproximadamente igual que la resistencia *shunt*, la cual es mucho menor que la resistencia interna del galvanómetro solo. Para construir un voltímetro, se conecta en serie con el galvanómetro una gran resistencia, de manera que la resistencia equivalente del voltímetro es mucho mayor que la del galvanómetro solo. La figura 25.39 ilustra la construcción de un amperímetro y de un voltímetro a partir de un galvanómetro. En estos dibujos esquemáticos se muestra separadamente la resistencia del galvanómetro R_g, pero en realidad ésta forma parte del galvanómetro.

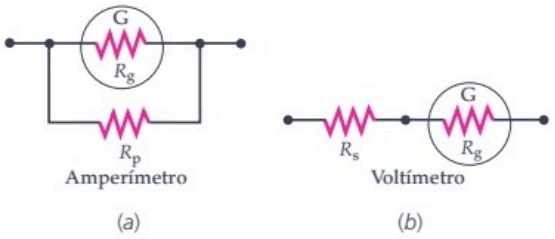
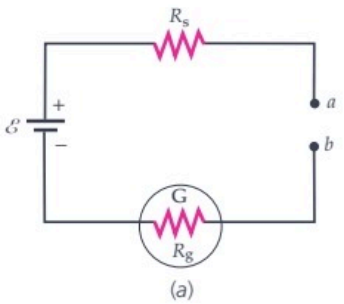


FIGURA 25.39 (*a*) Un amperímetro se compone de un galvanómetro (círculo G) cuya resistencia es R_g y una resistencia pequeña en paralelo R_p. (*b*) Un voltímetro se compone de un galvanómetro (círculo G) y una resistencia grande en serie R_s.

Un ohmímetro simple para medir resistencias consiste en una batería conectada en serie con un galvanómetro y una resistencia, como



(*a*)

(*b*)

FIGURA 25.40 (*a*) Ohmímetro formado por una batería en serie con un galvanómetro y una resistencia R_s, elegida de tal modo que el galvanómetro sufre una desviación a fondo de escala cuando los puntos a y b están en cortocircuito. (*b*) Cuando una resistencia R se sitúa entre a y b, la aguja del galvanómetro se desvía en una cantidad que depende del valor de R. La escala del galvanómetro está calibrada para hacer lecturas en ohms.

indica la figura 25.40*a*. La resistencia R_s se elige de modo que cuando los terminales *a* y *b* se cortocircuitan (se ponen en contacto eléctrico con una resistencia despreciable entre ellos), la corriente a través del galvanómetro ofrece una desviación a fondo de escala. Así, una desviación a fondo de escala significa que no hay resistencia entre los terminales *a* y *b*, y una desviación nula indica que existe una resistencia infinita entre los terminales. Cuando éstos se conectan a través de una resistencia incógnita *R*, la intensidad de corriente que circula a través del galvanómetro depende de *R*, de modo que la escala puede calibrarse para dar una lectura directa de la resistencia *R*, como indica la figura 25.40*b*. Como el ohmímetro suministra una corriente a través de la resistencia a medir, este instrumento debe manejarse con precaución. Por ejemplo, no es aconsejable medir la resistencia de un galvanómetro sensible con un ohmímetro, pues la corriente suministrada por la batería de este aparato lo dañaría.

25.6 CIRCUITOS *RC*

Se denomina **circuito *RC*** aquel en el que interviene una resistencia y una capacidad. La corriente en un circuito *RC* fluye en un solo sentido, como en los circuitos de corriente continua (cc), pero la intensidad de corriente varía con el tiempo. Un ejemplo práctico de un circuito *RC* es el dispositivo *flash* de una cámara fotográfica. Antes de tomar la fotografía, la batería del *flash* carga el condensador a través de una resistencia. Cuando esto se verifica, el *flash* está preparado. Al tomar la imagen, el condensador se descarga a través de la lámpara del *flash*. El condensador se recarga por acción de la batería y, poco tiempo después, el *flash* está dispuesto para otra fotografía. Mediante las reglas de Kirchhoff, podemos obtener unas ecuaciones que relacionan la carga *Q* y la intensidad de corriente *I* en función del tiempo, tanto en el proceso de carga como en el de descarga de un condensador a través de una resistencia.

DESCARGA DE UN CONDENSADOR

La figura 25.41 muestra un condensador con una carga inicial $+Q_0$ en la placa superior y $-Q_0$ en la placa inferior. Se conecta a una resistencia *R* y a un interruptor *S* que está inicialmente abierto. La diferencia de potencial a través del condensador es inicialmente $V_0 = Q_0/C$, siendo *C* la capacidad.

Cerremos el interruptor en el instante $t = 0$. Puesto que ahora existe una diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia, debe pasar una corriente por la misma. La corriente inicial es

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{Q_0}{RC} \qquad 25.30$$

La corriente se debe al flujo de carga que va desde la placa positiva a la negativa pasando por la resistencia y así, después de un cierto tiempo, la carga del condensador se ve reducida. Si tomamos como positiva la corriente en el sentido de las agujas del reloj, la intensidad de corriente es igual a la disminución de esta carga por unidad de tiempo. Si *Q* es la carga sobre el condensador en un instante cualquiera *t*, la corriente en dicho momento es

$$I = -\frac{dQ}{dt} \qquad 25.31$$

(El signo menos debe ser interpretado en el sentido de que como *Q* decrece, dQ/dt es una cantidad negativa.*) Recorriendo el circuito en el sentido de la corriente (sentido horario), nos encontramos con una caída de potencial *IR* en la resistencia y un aumento de potencial Q/C entre las placas del condensador. La primera regla de Kirchhoff nos da

$$\frac{Q}{C} - IR = 0 \qquad 25.32$$

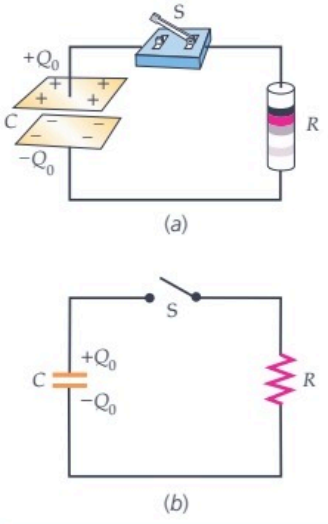


FIGURA 25.41 (*a*) Condensador de placas paralelas en serie con un interruptor y una resistencia *R*. (*b*) Diagrama que representa este circuito.

* Si se eligiera como dirección positiva la contraria a la de las agujas del reloj, el signo en la ecuación 25.31 debería ser positivo.

donde tanto Q como I son funciones de tiempo y están relacionadas por la ecuación 25.31. Sustituyendo I por $-dQ/dt$ en la ecuación 25.32, tenemos

$$\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = 0$$

o

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q \qquad 25.33$$

Para resolver esta ecuación, en primer lugar separamos las variables Q y t. Multiplicando ambos miembros por dt y dividiendo por Q, resulta

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC}\,dt \qquad 25.34$$

Ahora, las variables Q y t están en diferentes miembros de la igualdad, por lo que integrando desde Q_0 en $t = 0$ hasta Q' en t', tenemos que

$$\int_{Q_0}^{Q'} \frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC}\int_0^{t'} dt$$

de modo que

$$\ln\frac{Q'}{Q_0} = -\frac{t'}{RC}$$

Como t' es arbitrario, podemos reemplazar t' por t, y entonces $Q' = Q(t)$. Despejando $Q(t)$, nos da

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/(RC)} = Q_0 e^{-t/\tau} \qquad 25.35$$

donde τ, llamada **constante de tiempo**, es el tiempo durante el cual la carga disminuye hasta $1/e$ de su valor original:

$$\tau = RC \qquad 25.36$$

DEFINICIÓN: CONSTANTE DE TIEMPO

La figura 25.42 muestra la carga del condensador del circuito de la figura 25.41 en función del tiempo. Después de un tiempo $t = \tau$, la carga es $Q = e^{-1}Q_0 = 0{,}37Q_0$. Después de un tiempo $t = 2\tau$, la carga es $Q = e^{-2}Q_0 = 0{,}135Q_0$, y así sucesivamente. Después de un tiempo igual a varias veces la constante de tiempo, la carga del condensador es despreciable. Este tipo de disminución, muy común en la naturaleza, se llama **decrecimiento exponencial**. Ocurre siempre que la disminución de una magnitud con el tiempo es proporcional a la propia magnitud.*

La disminución de carga en un condensador puede compararse con la disminución de la cantidad de agua en un vaso que tiene un pequeño agujero en el fondo. El flujo de agua que sale por el orificio es proporcional a la presión del agua, la cual es a su vez proporcional a la cantidad de agua existente en el vaso.

La intensidad de corriente se obtiene derivando la ecuación 25.35

$$I = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC}e^{-t/(RC)}$$

Usando la ecuación 25.30, obtenemos

$$I = I_0 e^{-t/\tau} \qquad 25.37$$

donde $I_0 = V_0/R = Q_0/(RC)$ es la corriente inicial. La corriente, como la carga, también disminuye exponencialmente con el tiempo, siendo su constante de tiempo $\tau = RC$. Este proceso se representa en la figura 25.43.

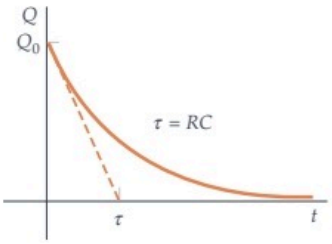


FIGURA 25.42 Representación de la carga de un condensador en función del tiempo para el circuito de la figura 25.41 cuando el interruptor se cierra en el tiempo $t = 0$. La constante de tiempo $\tau = RC$ es el tiempo necesario para que la carga decrezca en un factor e^{-1}. (La constante de tiempo es también el tiempo que tardaría el condensador en descargarse completamente si su velocidad de descarga fuera constante, como indica la línea de trazos.)

Véase el
Apéndice de matemáticas
para más información sobre
Funciones exponenciales

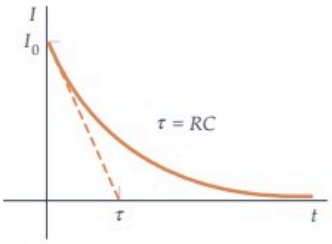


FIGURA 25.43 Gráfico de la intensidad de corriente en función del tiempo para el circuito de la figura 25.41. La curva tiene la misma forma que la de la figura 25.42. Si la corriente decreciese a un ritmo constante se anularía al cabo de un tiempo igual a la constante de tiempo, como indica la línea de trazos.

* Ya vimos un decrecimiento exponencial en el capítulo 14 al estudiar el oscilador amortiguado.

Ejemplo 25.18 Descarga de un condensador

Un condensador de 4 μF se carga a 24 V y luego se conecta a una resistencia de 200 Ω. Determinar (*a*) la carga inicial del condensador, (*b*) la corriente inicial que circula a través de la resistencia de 200 Ω, (*c*) la constante de tiempo y (*d*) la carga que posee el condensador después de 4 ms.

PLANTEAMIENTO El diagrama del circuito es el mismo que el de la figura 25.41.

SOLUCIÓN

(*a*) La carga inicial está relacionada con la capacidad y el voltaje:
$$Q_0 = CV_0 = (4{,}0\ \mu\text{F})(24\ \text{V}) = \boxed{96\ \mu\text{C}}$$

(*b*) La corriente inicial es el voltaje inicial dividido por la resistencia:
$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{24\ \text{V}}{200\ \Omega} = \boxed{0{,}12\ \text{A}}$$

(*c*) La constante de tiempo es igual a RC:
$$\tau = RC = (200\ \Omega)(4{,}0\ \mu\text{F}) = 800\ \mu\text{s} = \boxed{0{,}80\ \text{ms}}$$

(*d*) Sustituyendo $t = 4$ ms en la ecuación 25.35, determinamos la carga sobre el condensador después de este tiempo:
$$Q = Q_0 e^{-t/\tau} = (96\ \mu\text{C})e^{-(4{,}0\ \text{ms})/(0{,}80\ \text{ms})}$$
$$= (96\ \mu\text{C})e^{-5} = \boxed{0{,}65\ \mu\text{C}}$$

COMPROBACIÓN Como sabemos que la corriente inicial es $I_0 = 0{,}12$ A, el tiempo que tardaría en descargarse totalmente el condensador sería $Q_0/I_0 = 96\ \mu\text{C}/0{,}12\ \text{A} = 0{,}80$ ms. Como la corriente decrece exponencialmente durante la descarga, no debe sorprender que pierda el 99,3% de su carga inicial en 4,0 ms.

OBSERVACIÓN Después de un tiempo igual a cinco veces la constante de tiempo, la carga Q es menor que el 1% de su valor inicial.

PROBLEMA PRÁCTICO 25.10 Hallar la corriente que circula a través de la resistencia de 200 Ω para $t = 4$ ms.

CARGA DE UN CONDENSADOR

La figura 24.44*a* muestra un circuito utilizado para cargar un condensador inicialmente descargado. El interruptor S, abierto inicialmente, se cierra en el instante $t = 0$. La carga empieza a fluir inmediatamente a través de la resistencia, depositándose en la placa positiva del condensador (figura 25.44*b*). Si la carga del condensador en un instante cualquiera t es Q, la corriente en el circuito es I, y el sentido positivo es el de las agujas del reloj, la regla de las mallas de Kirchhoff nos da

$$\mathcal{E} - IR - \frac{Q}{C} = 0 \qquad 25.38$$

Analizando esta ecuación, vemos cuando la carga del condensador es cero (en $t = 0$), la corriente es $I_0 = \mathcal{E}/R$. La carga entonces crece y la corriente decrece. La carga alcanza su máximo valor de $Q_f = C\mathcal{E}$ cuando la corriente I es cero, lo cual coincide con el resultado obtenido a partir de la ecuación 25.38.

En este circuito, se ha elegido el sentido positivo de modo que si I es positiva, Q aumenta. Por lo tanto:

$$I = +\frac{dQ}{dt}$$

Sustituyendo I por $+\,dQ/dt$ en la ecuación 25.38, se obtiene

$$\mathcal{E} - R\frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0 \qquad 25.39$$

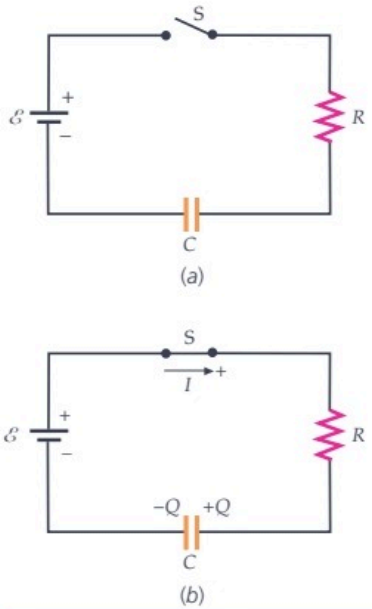


FIGURA 25.44 (*a*) Circuito para cargar un condensador hasta una diferencia de potencial $\mathcal{E}$. (*b*) Después de cerrar el interruptor, existe una corriente y una caída de potencial a través de la resistencia y una carga y una caída de potencial en el condensador.

La ecuación 25.39 puede resolverse del mismo modo que la 25.33. Los detalles se dejan como materia de un problema (véase el problema 101). El resultado es

$$Q = C\mathcal{E}[1 - e^{-t/(RC)}] = Q_f(1 - e^{-t/\tau}) \qquad 25.40$$

donde $Q_f = C\mathcal{E}$ es la carga final. La intensidad de corriente se obtiene de $I = dQ/dt$:

$$I = \frac{dQ}{dt} = C\mathcal{E}\left[-\frac{-1}{RC}e^{-t/(RC)}\right] = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/(RC)}$$

o sea,

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/(RC)} = I_0 e^{-t/\tau} \qquad 25.41$$

donde la corriente inicial en este caso es $I_0 = \mathcal{E}/R$.

Las figuras 25.45 y 25.46 muestran la carga y la corriente en función del tiempo.

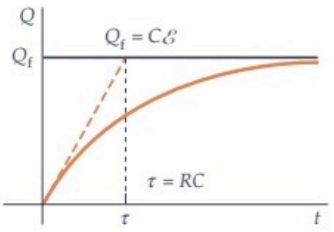


FIGURA 25.45 Representación de la carga de un condensador en función del tiempo en el caso del circuito de la figura 25.44 después de cerrar el interruptor en $t = 0$. Después del tiempo $t = \tau = RC$, la carga en el condensador es $0{,}63C\mathcal{E}$, donde $C\mathcal{E}$ es su carga final. Si la velocidad de carga fuese constante, el condensador se cargaría por completo al cabo de un tiempo $t = \tau$.

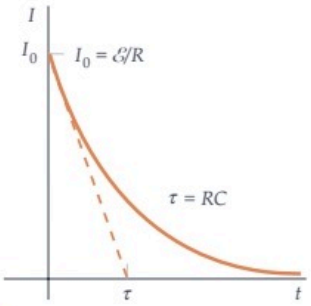


FIGURA 25.46 Gráfico de la corriente en función del tiempo para el circuito de la figura 25.44. La corriente es inicialmente $\mathcal{E}/R$, y disminuye exponencialmente con el tiempo.

PROBLEMA PRÁCTICO 25.11

Demostrar que la ecuación 25.40 satisface la ecuación 25.39 sustituyendo en esta última los valores de Q y dQ/dt.

PROBLEMA PRÁCTICO 25.12

¿Qué fracción de la carga máxima existe en un condensador en proceso de carga al cabo de un tiempo $t = 2\tau$?

Ejemplo 25.19 Carga de un condensador

Inténtelo usted mismo

Una batería de 6 V y resistencia interna despreciable se utiliza para cargar un condensador de 2 μF a través de una resistencia de 100 Ω. Hallar (*a*) la corriente inicial, (*b*) la carga final del condensador, (*c*) el tiempo necesario para obtener un 90% de la carga final y (*d*) la carga cuando la corriente es la mitad que la corriente inicial.

PLANTEAMIENTO La carga inicialmente es cero y, por tanto, la caída del potencial a través de la resistencia es igual a la fem de la batería. Se aplica la ley de Ohm a la resistencia y se obtiene la corriente. Después de un tiempo prolongado, la corriente es cero y el voltaje entre las placas del condensador es el de la batería. Aplicando la definición de capacidad, se obtiene la carga. Usar la ecuación 25.40 para relacionar la carga con el tiempo, y mediante la regla de Kirchhoff de mallas relacionar la carga y la corriente.

SOLUCIÓN

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo.

Pasos	Respuestas
(*a*) Determinar la corriente inicial a partir de $I_0 = \mathcal{E}/R$.	$I_0 = 0{,}060\ \text{A} = \boxed{60\ \text{mA}}$
(*b*) Calcular la carga final a partir de $Q = C\mathcal{E}$.	$Q_f = \boxed{12\ \mu\text{C}}$
(*c*) Considerar que $Q = 0{,}9\,Q_f$ en la ecuación 25.40 y despejar t. (Para ello, primero despejar $e^{t/\tau}$, y luego aplicar logaritmos neperianos en ambos miembros de la igualdad.)	$t = 2{,}3\tau = \boxed{0{,}46\ \text{ms}}$
(*d*) 1. Aplicar la regla de las mallas de Kirchoff al circuito utilizando la figura 25.44*b*.	$\mathcal{E} - IR - \dfrac{Q}{C} = 0$
2. Considerar que $I = I_0/2$, y obtener Q.	$Q = \dfrac{Q_f}{2} = \boxed{6{,}0\ \mu\text{C}}$

COMPROBACIÓN La respuesta al apartado (*d*) se puede obtener despejando primero t en la ecuación 25.41, y sustituyendo el valor obtenido de t en la ecuación 25.40 para obtener Q. No obstante, aplicando la regla de las mallas la resolución es más directa.

Ejemplo 25.20 Valores para tiempos largos y cortos

El condensador de 6 μF del circuito de la figura 25.47 está inicialmente descargado. Calcular la corriente a través de las resistencias de 4 Ω y de 8 Ω (*a*) inmediatamente después de que el interruptor se haya cerrado y (*b*) un largo tiempo después de que el interruptor se haya cerrado. (*c*) Determinar la carga del condensador transcurrido un largo tiempo después de cerrarse el interruptor.

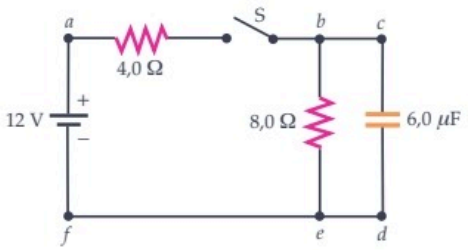


FIGURA 25.47

PLANTEAMIENTO Como el condensador está inicialmente descargado y la resistencia de 4 Ω limita la corriente que pasa a través de la batería, la diferencia de potencial inicial entre las placas del condensador es cero. El condensador y la resistencia de 8 Ω están conectados en paralelo, por lo que la diferencia de potencial entre los extremos de ambos es la misma. Por consiguiente, la diferencia de potencial inicial entre los extremos de la resistencia de 8 Ω es también cero. La dirección positiva en la rama que tiene la batería es hacia arriba y en las otras dos ramas es hacia abajo. Sea Q la carga en la placa de mayor potencial del condensador.

SOLUCIÓN

(*a*) Aplicar la regla de las mallas al bucle exterior y determinar la corriente que atraviesa la resistencia de 4 Ω. La diferencia de potencial a través de la resistencia de 8 Ω y a través del condensador es la misma. Considerar que la carga inicial del condensador es cero y hallar la intensidad que circula por la resistencia de 8 Ω:

$$12\ \text{V} - (4{,}0\ \Omega)I_{4\Omega} - \frac{0}{C} = 0$$

$$I_{4\Omega} = \boxed{3{,}0\ \text{A}}$$

$$I_{8\Omega}(8\ \Omega) - \frac{0}{C} = 0$$

$$I_{8\Omega} = \boxed{0}$$

(*b*) Después de un largo tiempo, el condensador se carga completamente, la carga deja de fluir o de escapar de las placas y la corriente que circula por ambas resistencias es la misma. Aplicar la regla de las mallas al bucle de la izquierda y determinar la intensidad:

$$12\ \text{V} - (4{,}0\ \Omega)I_f - (8{,}0\ \Omega)I_f = 0$$

$$I_f = \boxed{1{,}0\ \text{A}}$$

(*c*) Las diferencias de potencial entre los extremos de la resistencia de 8 Ω y las placas del condensador son iguales. Utilizando esta condición, obtener Q_f:

$$I_f(8{,}0\ \Omega) = \frac{Q_f}{C}$$

$$Q_f = (1{,}0\ \text{A})(8{,}0\ \Omega)(6{,}0\ \mu\text{F}) = \boxed{48\ \mu\text{C}}$$

COMPROBACIÓN Vemos pues, que el análisis de este circuito en los tiempos extremos, cuando el condensador está descargado o totalmente cargado, es simple. Cuando el condensador está descargado actúa igual que un buen conductor entre los puntos *c* y *d*, es decir, el circuito es equivalente al mostrado en la figura 25.48*a* en donde se ha reemplazado el condensador por un cable de resistencia cero. Cuando el condensador está totalmente cargado, actúa como el circuito del interruptor abierto indicado en la figura 25.48*b*.

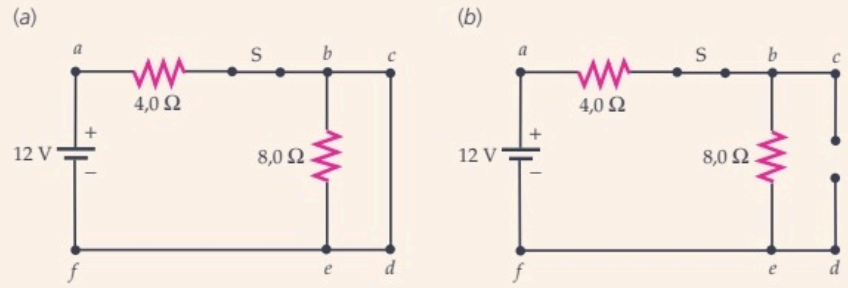


FIGURA 25.48

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA EN LA CARGA DE UN CONDENSADOR

Durante el proceso de carga, fluye una carga total $Q_f = \mathcal{E}C$ a través de la batería. Por tanto, la batería realiza un trabajo

$$W = Q_f\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$$

La energía almacenada en el condensador es, precisamente, la mitad de esta cantidad. Recordad la ecuación 24.8:

$$U = \tfrac{1}{2}Q_f\mathcal{E}$$

Demostraremos ahora que la otra mitad de energía proporcionada por la batería se disipa como energía térmica por efecto Joule en la resistencia. La potencia disipada por la resistencia es

$$\frac{dW_R}{dt} = I^2R$$

Utilizando la ecuación 25.41 para el valor de la corriente, tenemos

$$\frac{dW_R}{dt} = \left(\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/(RC)}\right)^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-2t/(RC)}$$

La energía disipada total se obtiene integrando desde $t = 0$ hasta $t = \infty$:

$$W_R = \int_0^\infty \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-2t/(RC)}\,dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\int_0^\infty e^{-at}\,dt$$

donde $a = 2/RC$. Entonces,

$$W_R = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\frac{e^{-at}}{-a}\bigg|_0^\infty = -\frac{\mathcal{E}^2}{Ra}(0 - 1) = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\frac{1}{a} = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\frac{RC}{2}$$

Por lo tanto, el calor total debido al efecto Joule es

$$W_R = \frac{1}{2}\mathcal{E}^2C = \frac{1}{2}Q_f\mathcal{E}$$

donde $Q_f = \mathcal{E}C$. Este resultado es independiente de la resistencia R. Por lo tanto, cuando un condensador se carga a través de una resistencia mediante una fem constante, la mitad de la energía proporcionada por la batería se almacena en el condensador y la otra mitad se transforma en calor independientemente de la resistencia. Esta energía térmica incluye la potencia disipada en la resistencia interna de la batería.

Temas de actualidad en Física

Sistemas eléctricos de los automóviles: innovación en la conducción

(Graham Harrison/Alamy.)

Las baterías de 6 voltios (de 7 V con carga) fueron las más usadas en los circuitos eléctricos de los automóviles fabricados en Estados Unidos en la década de 1930. A mediados de los 50, los fabricantes de automóviles de todo el mundo se persuadieron de que esta batería no era la adecuada para abastecer las necesidades de energía eléctrica de los coches y, como consecuencia, introdujeron modificaciones en la instalación eléctrica para poder incorporar una batería de 12 V (14 V con carga), que pudiera suministrar energía a los sistemas eléctricos[1] cuyo consumo requiriera 14 V. El proceso de adaptación de este cambio duró varios años.[2]

A mediados de los 60, las necesidades de energía eléctrica incluían estárter (sistema de arranque), mecanismo de ignición, luces, radio e incluso aire acondicionado en los coches de lujo.[3] Hoy en día, el sistema eléctrico y electrónico del coche[4] puede incluir sensores antichoque, sistemas automáticos de frenado (ABS), motores para mover los asientos, dirección asistida, frenado automático, limpiaparabrisas intermitente, reproductor de vídeo, sistemas de control, luces de cruce y ventanillas de subida y bajada automática. Algunos coches de gran lujo requerían otras prestaciones en sus sistemas eléctricos como sistemas electrónicos de control del acelerador, radar para detectar objetos a distancia,[5] estabilidad y suspensión con control electrónico y calentamiento discreccional de los asientos.[6] La potencia eléctrica que requiere un automóvil, hoy en día, oscila entre 1,5 y 2,0 kW y es previsible que aumente hasta una potencia de entre 3,0 y 3,5 kW, e incluso más en un futuro próximo.[7] El sistema eléctrico y electrónico de un coche medio supone actualmente alrededor del 20% del coste total de su fabricación.[8]

Dado que las necesidades de energía eléctrica son cada vez mayores en la automoción,[9] se ha sugerido la idea de elevar la tensión entre los bornes de las baterías a 36 V e incluso a 42 V dada la creciente necesidad de abastecer nuevos dispositivos eléctricos. (Como la potencia es el producto de voltaje por intensidad, esto significa que a un crecimiento del voltaje sigue una disminución de la corriente para suministrar la misma potencia.) Ello llevó a la creencia de que se podrían utilizar instalaciones eléctricas más ligeras y simplificadas para cubrir las necesidades eléctricas de los coches.[10] Además, un voltaje alto puede significar motores de arranque y alternadores más ligeros y pequeños.

Sin embargo, el cambio a un sistema de 42 V está siendo más complejo de lo esperado inicialmente, ya que teóricamente un coche con este tipo de batería de 42 V exigiría dotar al vehículo de componentes no estándar.[11] En un sistema de 14 V, una conexión que se suelte por una vibración tiene que tener una distancia de unos milímetros o inferior para que forme un arco voltaico, mientras que en el de 42 V esta misma desconexión sí puede dar a lugar a dicho arco con el consiguiente peligro de que se produzca un incendio.[12] En consecuencia, las conexiones con 42 V resultan más caras. En 2005, varios fabricantes dieron a conocer que no estaban interesados en utilizar sistemas de 42 V en los próximos años.[13,14] No obstante, un consorcio de investigadores continúa con el proyecto de implantar sistemas de 42 V en los coches.[15] Cuando estos sistemas de 42 V sean rentables será posible que se instalen masivamente en los automóviles.

---

1 Ribbens, W. B., *Understanding Automotive Electronics, 6th ed.* New York: Newnes (Elsevier), 2003.
2 Corbett, B., "No Flick of the Switch." *Ward's Auto World*, April 2001, Vol. 37, No. 4, p. 50.
3 Ribbens, W. B., op. cit.
4 *Automotive Electronics Handbook*, R. Jurgen, ed., New York: McGraw-Hill, 1995.
5 Allen, R., "New Technologies Make Roads Safer… One Smart Car at a Time." *Electronic Design*, Jun. 29, 2006, pp. 41–44.
6 "The 2007 S600 Sedan," Mercedes-Benz, http://www.mbusa.com/models/features/specs/overview.do?modelCode=S600V&class=07_S As of Sept. 2006.
7 Masrur, M. A., Monroe, J., Patel, R., and Garg, V. K., "42-volt Electrical Power System for Military Vehicles—Comparison with Commercial Automotive Systems," *Vehicular Technology Conference*, 2002. Proceedings, VTC 2002-Fall, 2002 IEEE 56th, Vol. 3, pp. 1846–1850.
8 Marsh, D., "LIN Simplifies and Standardizes In-Vehicle Networks." *Electronic Design News*, Apr. 8, 2005, pp. 29+.
9 Huber, P. W., and Mills, M. P., "The End of the M. E.?" *Mechanical Engineering*, May 2005, pp. 26–29.
10 Truett, R., "42-Volt Systems Boost Fuel Economy Efforts." *Automotive News*, Oct. 21, 2001, Vol. 77, No. 6008, p. 6i.
11 "No-Compromise Mild Hybrid Car Engine Has a Promising Future." *Asia-Pacific Engineer*, Jun. 1, 2003. http://www.engineerlive.com/asiapacific-engineer/automotive-design/1603/nocompromise-mild-hybrid-car-engine-has-a-promising-future.thtml As of Sept. 2006.
12 Moran, T., "42-Volt Challenges: Arcs and Sparks." *Automotive News*, Mar. 12, 2001, Vol. 75, No. 5920, p. 8.
13 Kelly, K., "DC Dumps 42-Volts." *Ward's AutoWorld*, Jun. 2004, p. 9.
14 Crain, K., "Let's Step Back, Rethink Technology." *Automotive News*, Jan. 3, 2005, Vol. 79, No. 6128, p. 12.
15 MIT/Industry Consortium on Advanced Automotive Electrical/Electronic Components and Systems. "Consortium Research Units." http://lees-web.mit.edu/public/Public%20Documents/Research_Units_and_Deliverables.pdf As of Sept. 2006.

Resumen

1. La ley de Ohm es una ley empírica que se cumple sólo en ciertos materiales.
2. La intensidad de corriente, la resistencia y la fem son importantes magnitudes *definidas*.
3. Las reglas de Kirchhoff son una consecuencia de la conservación de la carga y de la naturaleza conservativa del campo eléctrico.

TEMA	OBSERVACIONES Y ECUACIONES RELEVANTES
1. Intensidad de la corriente eléctrica	La intensidad de corriente eléctrica es el flujo de carga que atraviesa un área transversal por unidad de tiempo. $$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (25.1)$$ cuando Δt tiende a cero.
Velocidad de desplazamiento	En un cable conductor, la corriente eléctrica es el resultado del lento desplazamiento de los electrones cargados negativamente, que son acelerados por un campo eléctrico en el cable y chocan con los iones del conductor. Las velocidades típicas de desplazamiento de los electrones en cables metálicos son del orden de unos pocos milímetros por segundo. Para cargas que se muevan en la dirección positiva, $$I = qnAv_d \quad (25.3)$$ donde $q = -e$, n la densidad numérica de electrones, A la sección transversal y v_d la velocidad de desplazamiento.
Densidad de corriente	La densidad de corriente $\vec{J}$ se relaciona con la velocidad de arrastre (o desplazamiento) mediante la siguiente relación $$\vec{J} = qn\vec{v}_d \quad (25.4)$$ La corriente I a través de la superficie de la sección transversal del hilo es el flujo del vector densidad de corriente a través de dicha superficie.
2. Resistencia	
Definición	$$R = \frac{V}{I} \quad (25.7)$$
Resistividad ρ	$$R = \rho\frac{L}{A} \quad (25.10)$$
Coeficiente de resistividad en función de la temperatura α	$$\alpha = \frac{(\rho - \rho_0)/\rho_0}{T - T_0} \quad (25.12)$$
3. Ley de Ohm	En los materiales óhmicos, la resistencia no depende de la corriente ni de la caída de voltaje: $$V = IR,\ R \text{ constante} \quad (25.9)$$
4. Potencia	
Suministrada a un dispositivo o segmento	$$P = IV \quad (25.13)$$
Disipada en una resistencia	$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R} \quad (25.14)$$
5. fem	
Fuente de fem	Una fuente de fem es un dispositivo que suministra energía a un circuito.
Potencia suministrada por una fem	$$P = I\mathcal{E} \quad (25.15)$$
6. Batería	
Ideal	Una batería ideal es una fuente de fem que mantiene una diferencia de potencial constante entre sus bornes, independientemente de la corriente suministrada.
Real	Una batería real puede considerarse como una batería ideal en serie con una pequeña resistencia llamada resistencia interna.
Voltaje en los bornes	$$V_a - V_b = \mathcal{E} - Ir \quad (25.16)$$ siendo la dirección positiva en la batería la que indica el potencial creciente

TEMA	OBSERVACIONES Y ECUACIONES RELEVANTES	
Energía total almacenada	$E_{\text{almacenada}} = Q\mathcal{E}$	25.18
7. Resistencia equivalente		
Resistencias en serie	$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$	25.20
Resistencias en paralelo	$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \ldots$	25.25
8. Reglas de Kirchhoff	1. Al recorrer un circuito cerrado, la suma algebraica de los cambios de potencial es igual a cero. 2. En toda unión (nudo) de un circuito, donde la corriente puede dividirse, la suma de las corrientes entrantes es igual a la suma de las corrientes salientes.	
9. Aparatos de medida		
Amperímetro	Un amperímetro es un aparato de muy baja resistencia que se conecta en serie con un elemento del circuito para medir la intensidad en dicho elemento.	
Voltímetro	Un voltímetro es un aparato de resistencia muy elevada que se conecta en paralelo con un elemento del circuito para medir la caída de voltaje a través de dicho elemento.	
Ohmímetro	Un ohmímetro es un aparato que se usa para medir la resistencia de un elemento de un circuito situado entre sus bornes. Consta de una batería conectada en serie con un galvanómetro y de una resistencia.	
10. Descarga de un condensador		
Carga en el condensador	$Q(t) = Q_0 e^{-t/(RC)} = Q_0 e^{-t/\tau}$	25.35
Corriente en el circuito	$I = -\frac{dQ}{dt} = \frac{V_0}{R} e^{-t/(RC)} = I_0 e^{-t/\tau}$	25.37
Constante de tiempo	$\tau = RC$	25.36
11. Carga de un condensador		
Carga en el condensador	$Q = C\mathcal{E}[1 - e^{-t/(RC)}] = Q_f(1 - e^{-t/\tau})$	25.40
Corriente en el circuito	$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/(RC)} = I_0 e^{-t/\tau}$	25.41

Respuestas a las comprobaciones conceptuales

25.1 (*a*) La corriente es mayor justo después de cerrar el circuito porque el filamento de la bombilla, en ese instante, es un metal frío y, en consecuencia, su resistencia es menor que la que alcanza cuando lleva tiempo funcionando. Menores resistencias implican mayores corrientes. (*b*) La batería suministra energía inicialmente a mayor velocidad que la que disipa el filamento, relativamente frío todavía, al emitir calor. Después de un tiempo, la energía suministrada por la batería al filamento es igual que el calor disipado por éste. En estas condiciones, la temperatura del filamento y, por lo tanto, su resistencia se mantienen constantes.

Respuestas a los problemas prácticos

25.1 7,9 h

25.2 14 000

25.3 4,5 V

25.4 2,4 m

25.5 Los colores de las bandas, de arriba hacia abajo, son marrón, naranja, azul, rojo, y marrón. El valor de la resistencia es, por lo tanto, 13,6 kΩ, y su tolerancia 1%.

25.6 (*a*) 45 W, (*b*) 270 J

25.7 (*a*) 6,0 Ω, (*b*) 1,3 Ω

25.8 (*a*) $R'_{eq} = 2{,}0\ \Omega$; (*b*) $I = 9{,}0$ A; (*c*) $V_2 = 18$ V, $V_0 = 0$, $V_{12} = 0$; (*d*) $I_2 = 9{,}0$ A, $I_0 = 9{,}0$ A, $I_{12} = 0$

25.9 (*a*) 3,0 A (*b*) 0,83 A

25.10 0,81 mA

25.12 0,86

Problemas

En algunos problemas se dan más datos de los realmente necesarios; en otros pocos, deben aportarse algunos datos a partir de conocimientos generales, fuentes externas o estimaciones lógicas.

En los datos numéricos sin coma decimal se deben considerar significativos todos los dígitos, incluidos los ceros a la derecha del último diferente de cero.

- • Concepto simple, un solo paso, relativamente fácil
- •• Nivel intermedio, puede exigir síntesis de conceptos
- ••• Desafiante, para alumnos avanzados
- SSM La solución se encuentra en el *Manual de soluciones*

Los problemas consecutivos que están sombreados son problemas relacionados.

PROBLEMAS CONCEPTUALES

1 • Al estudiar la electrostática, llegamos a la conclusión de que en condiciones de equilibrio no existe campo eléctrico dentro de un conductor. ¿Cómo es que ahora hablamos de campos eléctricos dentro de un conductor?

2 • La figura 25.12 ilustra una analogía mecánica de un circuito eléctrico sencillo. Idear otra analogía mecánica en la cual la corriente esté representada por un flujo de agua en lugar de bolitas. En el circuito de agua, ¿qué sería lo análogo a la batería? ¿Qué sería lo análogo al cable? y ¿qué a la resistencia?

3 • Sean dos cables de cobre A y B conectados en serie por los que, como es obvio, pasa la misma corriente. El diámetro del cable A es el doble del diámetro del cable B ¿Cuál de los dos hilos tiene mayor densidad de portadores de carga? (*a*) A. (*b*) B. (*c*) Tienen la misma.

4 • Si los diámetros de dos hilos de cobre son idénticos y la corriente transportada por el hilo A es el doble de la del B, ¿en qué hilo la velocidad de desplazamiento de los portadores de carga es mayor? (*a*) A. (*b*) B. (*c*) En los dos es igual.

5 • Si los dos hilos, A y B, son idénticos y la corriente en A es doble que en B, ¿cuál tiene mayor densidad de corriente? (*a*) A. (*b*) B. (*c*) Los dos tienen la misma. (*d*) La respuesta es otra diferente a las anteriores.

6 •• Sea un hilo metálico conectado por sus extremos a los bornes de una batería. Analizar esta afirmación: la velocidad de desplazamiento de los portadores de carga es independiente de la longitud del hilo.

7 • En una resistencia, la dirección de la corriente es la dirección en la que decrece el potencial eléctrico. ¿En una batería es también así? Razonar la respuesta.

8 • Analizar la diferencia existente entre una fem y una diferencia de potencial.

9 • Dos cables del mismo material e igual longitud tienen diámetros distintos. El cable A tiene un diámetro doble que el de B. Si la resistencia del cable B es R, ¿cuál es la resistencia del cable A? (*a*) R. (*b*) $2R$. (*c*) $R/2$. (*d*) 4R. (*e*) $R/4$.

10 • Dos alambres de cobre cilíndricos poseen la misma masa. El cable A tiene doble longitud que el B. La relación de sus resistencias es (*a*) $R_A = 8R_B$. (*b*) $R_A = 4R_B$. (*c*) $R_A = 2R_B$. (*d*) $R_A = R_B$.

11 • Por una resistencia circula una corriente I. La potencia disipada en la resistencia es P. ¿Cuál es la potencia disipada si por la misma resistencia circula una corriente $3I$? (Suponer que la resistencia no se modifica.) (*a*) P. (*b*) $3P$. (*c*) $P/3$. (*d*) $9P$. (*e*) $P/9$.

12 • La potencia disipada en una resistencia es P cuando la caída de voltaje a su través es V. Si la caída de voltaje se incrementa a $2V$ (sin cambio de resistencia), ¿cuál es la potencia disipada? (*a*) P. (*b*) $2P$. (*c*) $4P$. (*d*) $P/2$. (*e*) $P/4$.

13 • Un calentador posee una resistencia variable conectada a una fuente ideal de voltaje constante. (Una fuente ideal de tensión es aquélla que mantiene constante la fem y no tiene resistencia interna.) Para incrementar la emisión de calor, ¿debemos aumentar o disminuir la resistencia? Explicar la respuesta. SSM

14 • Se conectan dos resistencias, R_1 y R_2, en paralelo. Si $R_1 >> R_2$, la resistencia equivalente es, aproximadamente, (*a*) R_1. (*b*) R_2. (*c*) 0. (*d*) Infinito.

15 • ¿Cuál será la respuesta del problema 14 si R_1 y R_2 se conectan en serie? Si $R_1 >> R_2$, la resistencia equivalente de la asociación es, aproximadamente, (*a*) R_1. (*b*) R_2. (*c*) 0. (*d*) Infinito.

16 • Se conectan dos resistencias en paralelo existiendo entre sus extremos comunes una diferencia de potencial. La resistencia A es el doble que la B. Si la corriente que atraviesa la resistencia A es I, ¿cuál es la que pasa por la B? (*a*) I. (*b*) $2I$. (*c*) $I/2$. (*d*) $4I$. (*e*) $I/4$.

17 • Dos resistencias están conectadas en serie a través de una diferencia de potencial. La resistencia de A es doble que la de B. Si la corriente que circula por la resistencia A es I, ¿cuál es la corriente que circula por B? (*a*) I. (*b*) $2I$. (*c*) $I/2$. (*d*) $4I$. (*e*) $I/4$.

18 • La regla de las mallas de Kirchhoff es una consecuencia de (*a*) la conservación de la carga, (*b*) la conservación de la energía, (*c*) las leyes de Newton, (*d*) la ley de Coulomb, (*e*) la cuantización de la carga.

19 • Verdadero o falso:

(*a*) Un voltímetro ideal tiene resistencia interna nula.

(*b*) Un amperímetro ideal tiene resistencia interna nula.

(*c*) Una fuente de tensión ideal tiene resistencia interna nula.

20 • En una clase práctica de laboratorio sobre seguridad, la profesora explicó que para medir la caída de potencial en una resistencia, debe conectarse el voltímetro en paralelo con la resistencia y para medir la corriente que la atraviesa, el amperímetro debe conectarse en serie con ella. Además, dijo que si conectamos el voltímetro en serie con la resistencia, no medimos la resistencia, pero tampoco causamos ningún daño ni a la resistencia ni al instrumento; sin embargo, conectando el amperímetro en paralelo con la resistencia no mediremos la resistencia, pero podríamos dañar gravemente al circuito y al instrumento de medida. Explicar por qué conectando en serie voltímetro y resistencia no se causa daño alguno, mientras que conectando el amperímetro en paralelo con la resistencia se puede causar un daño al circuito y al aparato.

21 • El condensador C de la figura 25.49 está inicialmente descargado. Justo después de cerrar el interruptor, (*a*) el voltaje a través de C es igual a $\mathcal{E}$, (*b*) el voltaje a través de R es igual a $\mathcal{E}$, (*c*) la corriente en el circuito es cero, (*d*) ambas afirmaciones (*a*) y (*c*) son correctas.

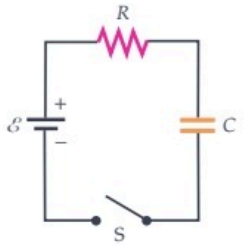


FIGURA 25.49 Problemas 21 y 24

22 •• Un condensador se descarga a través de una resistencia. Si la carga de este condensador tarda un tiempo T en caer a la mitad de su valor inicial, ¿cuánto tiempo tarda la energía almacenada en caer a la mitad de su valor inicial?

23 •• En la figura 25.50, los valores de las resistencias tienen las siguientes relaciones, $R_2 = R_3 = 2R_1$. Si P es la potencia disipada en R_1, ¿cuál es la potencia disipada por R_2 y R_3? SSM

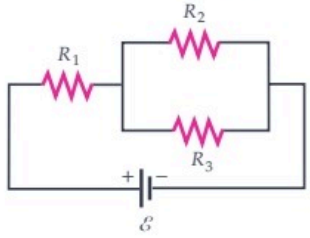


FIGURA 25.50 Problema 23

24 •• El condensador de la figura 25.49 está inicialmente descargado. Se cierra el interruptor y permanece cerrado un tiempo prolongado, (*a*) la energía suministrada por la batería es $\frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$, (*b*) la energía disipada en la resistencia es $\frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$, (*c*) la energía se disipa en la resistencia a ritmo constante, (*d*) la carga total que fluye a través de la resistencia es $\frac{1}{2}C\mathcal{E}$.

ESTIMACIONES Y APROXIMACIONES

25 •• Explicar por qué es peligroso colocar cada uno de los extremos de un objeto en forma de hilo en sendos polos de un enchufe doméstico de corriente y decir por qué la corriente que se produciría podría hacer estallar los fusibles y/o hacer caer el diferencial.

26 •• (*a*) Estimar la resistencia del cable del motor de arranque de un automóvil. (*b*) Hacer una estimación sobre la corriente necesaria para poner en marcha un coche. Considerando esta corriente, ¿cuál es la caída de potencial eléctrico en el cable del apartado (*a*)? (*c*) ¿Cuánta potencia se disipa en este cable considerando aquella corriente?

27 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA, PÓNGALO EN SU CONTEXTO** Se utiliza una espiral de alambre de nicrom como elemento calefactor en un evaporador de agua que genera 8 g de vapor por segundo. El alambre posee un diámetro de 1,80 mm y está conectado a una fuente de alimentación de 120 V. Calcular la longitud del alambre. *Ayuda: se necesita determinar el tamaño de un calentador de agua estándar en un periodo razonable de tiempo para calentar agua.*

28 •• Unos tubos fluorescentes compactos cuestan 6 dólares cada uno y su periodo de vida se estima en 8000 h. Estos tubos consumen 20 W de potencia, pero producen una iluminación equivalente a la de las bombillas incandescentes de 75 W. Éstas cuestan 1,5 dólares cada una y su periodo de vida se estima en 1000 h. Si una vivienda tiene por término medio seis bombillas incandescentes de 75 W constantemente encendidas y la energía cuesta 11,5 centavos de dólar por kilowatt × hora, ¿cuánto dinero se ahorrará un consumidor cada año instalando en su lugar tubos fluorescentes?

29 •• **PÓNGALO EN SU CONTEXTO** Los cables eléctricos de una casa deben ser suficientemente gruesos de diámetro para que no se calienten demasiado y provoquen un incendio. Supongamos que un alambre determinado transporta una corriente de 20 A, y se especifica que el calentamiento por efecto Joule no debe exceder los 2 W/m. ¿Qué diámetro debe tener un alambre de cobre para que se considere "seguro" con esta corriente?

30 •• Para construir un puntero láser se requiere un diodo láser que actúe como elemento extremadamente no lineal de un circuito. Cuando la caída de potencial en dicho elemento es menor que 2,3 V, se comporta como si tuviera una resistencia interna infinita, y para voltajes superiores a este valor, su resistencia interna efectiva es muy baja, cercana a cero. (*a*) Un puntero láser está construido mediante dos pilas de reloj de 1,55 V conectadas en serie entre los extremos del diodo. Si cada una de las pilas tiene una resistencia interna de entre 1,00 Ω y 1,50 Ω, estimar la intensidad de corriente que circula por el diodo láser. (*b*) Alrededor de la mitad de la potencia suministrada al diodo se disipa en forma de energía radiante. Utilizando este hecho, estimar la potencia del diodo láser y compararla con los valores estándar de 3 mW de este tipo de dispositivos. (*c*) Si cada una de las pilas puede producir 20 mA · hora (es decir, puede generar hasta una corriente constante de 20 mA durante una hora aproximadamente antes de descargarse), estimar durante cuánto tiempo se puede utilizar el puntero láser antes de tener que reemplazar las pilas.

CORRIENTE, DENSIDAD DE CORRIENTE, VELOCIDAD DE DESPLAZAMIENTO Y MOVIMIENTO DE CARGAS

31 • Por un conductor de cobre de calibre 10 circula una corriente de 20 A. Considerando que cada átomo tiene un electrón libre, calcular la velocidad de desplazamiento de los electrones. SSM

32 •• Un anillo no conductor de radio a tiene una carga por unidad de longitud λ. El anillo gira con una velocidad angular ω alrededor de su eje. Hallar una expresión para la corriente.

33 •• Un conductor de calibre 14 se suelda por un extremo a otro de calibre 10. Por los conductores circula una corriente de 15 A. (*a*) Si ambos conductores son de cobre con un electrón libre por átomo, hallar la velocidad de desplazamiento en cada conductor. (*b*) ¿Cuál es la relación entre los módulos de las densidades de corriente del hilo de calibre 10 y del hilo de calibre 14? SSM

34 •• Un haz de protones con un diámetro de 2 mm producido en un acelerador determinado constituye una corriente de 1 mA. La energía cinética de cada protón es 20 MeV. La densidad de corriente es uniforme en todo el haz. El haz choca contra un blanco metálico y es absorbido por él. (*a*) ¿Cuál es el número de protones n por unidad de volumen en el haz? (*b*) ¿Cuántos protones chocarán contra el blanco en 1 min? (*c*) ¿Cuál será el módulo de la densidad de corriente del haz?

35 •• En uno de los haces de partículas en un acelerador de colisión de protones, éstos se mueven a velocidades muy próximas a la de la luz y la corriente es de 5,00 mA. La densidad de corriente se distribuye uniformemente en todo el haz. (*a*) ¿Cuántos protones hay por unidad de longitud en el haz? (*b*) ¿Cuál es la densidad de protones si el área de la sección transversal del haz es de $1{,}00 \times 10^{-6}$ m^2? (*c*) ¿Cuál es el módulo de la densidad de corriente del haz? SSM

36 •• **PÓNGALO EN SU CONTEXTO** El *viento solar* está formado de protones procedentes del Sol que se mueven en dirección a la Tierra. La densidad numérica de esos protones a una distancia del Sol igual al radio de la órbita de la Tierra es de alrededor de 7,0 protones por centímetro cúbico. Supongamos un satélite que describa una trayectoria en una órbita solar cuyo radio es igual a la órbita terrestre alrededor del Sol. El espectrómetro de masas, que es un instrumento adecuado para medir la composición e intensidad del viento solar, tiene una apertura circular de 25 cm de radio. La velocidad de captación de protones por el espectrómetro es tal que realiza una medida de 85 nA. ¿Cuál es la velocidad de los protones procedentes del viento solar? (Considerar que los protones entran en la apertura del espectrómetro mediante incidencia normal.)

37 •• Un hilo de oro de 7,5 cm de longitud cuya sección transversal es de 0,10 mm de diámetro está conectado a los bornes de una batería. ¿Cuánto tiempo, en valor medio, requerirá un electrón para trasladarse del borne negativo al positivo de la batería yendo por el hilo de oro? Considerar que la resistividad del oro es $2{,}44 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m.

RESISTENCIA, RESISTIVIDAD Y LEY DE OHM

***Nota:* en esta sección, se asume que la resistencia es óhmica (resistencia constante), a no ser que se diga otra cosa.**

38 • Por un conductor de 10 m de longitud y resistencia de 0,2 Ω circula una corriente de 5 A. (*a*) ¿Cuál es la diferencia de potencial en los extremos del conductor? (*b*) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico del conductor?

39 • Una diferencia de potencial de 100 V produce una corriente de 3 A en una resistencia determinada. (*a*) ¿Cuál es el valor de dicha resistencia? (*b*) ¿Cuál es la corriente cuando la diferencia de potencial es de 25 V? Considerar que el valor de la resistencia permanece constante. SSM

40 • Un trozo de carbono tiene una longitud de 3,0 cm y una sección transversal cuadrada de 0,5 cm de lado. Se mantiene una diferencia de potencial de 8,4 V entre los extremos de su dimensión más larga. (*a*) ¿Cuál es la resistencia del bloque? (*b*) ¿Cuál es la corriente en esta resistencia?

41 • ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de un cable de 30 m de longitud formado por hilo de cobre de calibre 16 por el cual circula una corriente de 5 A? SSM

42 • (*a*) ¿Qué longitud tiene un conductor de cobre de calibre 14 que posee una resistencia de 12 Ω? (*b*) ¿Cuánta corriente transportará si se aplica una diferencia de potencial de 120V entre los extremos del hilo?

43 • Un cilindro de vidrio de 1 cm de longitud posee una resistividad de $10^{12}\ \Omega \cdot$ m. ¿Qué longitud debería tener un hilo de cobre de la misma sección transversal para que sus resistencia fuera igual a la del cilindro de vidrio?

44 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** Un conductor de cobre de 80 m y de 1 mm de diámetro se une por su extremo con otro conductor de aluminio de 49 m y del mismo diámetro. La máxima corriente en cada uno de ellos es 2 A. (*a*) Hallar el campo eléctrico en cada conductor. (*b*) Calcular la diferencia de potencial aplicada a cada conductor.

45 •• Un cable de longitud 1 m tiene una resistencia de 0,3 Ω. Un segundo hilo del mismo material tiene una longitud 2,00 m y masa igual a la del primer hilo. ¿Cuál es la resistencia del segundo hilo? SSM

46 •• Por un cable de cobre de calibre 10 pueden circular corrientes de hasta 30 A. (*a*) ¿Cuál es la resistencia de 100 m de cable de cobre de calibre 10? (*b*) ¿Cuál es el campo eléctrico en este cable cuando la corriente es de 30 A? (*c*) ¿Cuánto tiempo tarda un electrón en recorrer 100 m de cable cuando la corriente es de 30 A?

47 •• Las aristas de un cubo de cobre miden 2 cm de longitud. ¿Cuál será su resistencia si se convierte en un cable de calibre 14? Considerar que la densidad del cobre no cambia.

48 ••• Determinar la resistencia entre los extremos del semianillo de la figura 25.51. La resistividad del material del anillo es ρ. *Ayuda: para resolver el problema, considerar el semianillo formado por una asociación en paralelo de infinitos semianillos elementales de grosor infinitesimal por los que circula la misma corriente, de tal forma que la corriente total que pasa por el semianillo original es la suma de la de todos los semianillos elementales.*

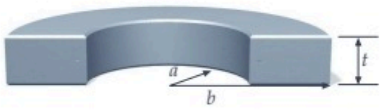


FIGURA 25.51 Problema 48

49 ••• El radio de un cable de longitud L crece linealmente con su longitud según la expresión $r = a + [(b - a)/L]x$, donde x es la distancia al extremo menor de radio a. ¿Cuál es la resistencia de este cable en función de su resistividad ρ, longitud L, radio a y radio b? *Ayuda: considerar el hilo en forma de tronco de cono como una asociación infinita de discos elementales cuya sección transversal es variable que están conectados en serie y por los que se distribuye una densidad de corriente uniforme en todos los puntos de cada disco elemental.* SSM

50 ••• El espacio comprendido entre dos conductores esféricos concéntricos se llena con un material de resistividad $10^9\ \Omega \cdot$ m. Si la corteza interior posee un radio de 1,5 cm y la exterior de 5 cm, ¿cuál es la resistencia entre los conductores? (*Sugerencia: determinar la resistencia de una corteza esférica del material de área $4\pi r^2$ y espesor dr e integrar para determinar la resistencia total de las sucesivas cortezas en serie.*)

51 ••• El espacio comprendido entre dos cilindros metálicos coaxiales de longitud L y radios a y b se llena totalmente de un material de resistividad ρ. (*a*) ¿Cuál es la resistencia entre los dos cilindros? *Ayuda: considerar el material como una asociación en serie de finas capas cilíndricas.* (*b*) Determinar la intensidad de la corriente entre los dos cilindros si $\rho = 30\ \Omega \cdot \text{m}$, $a = 1{,}5$ cm, $b = 2{,}5$ cm, $L = 50$ cm y se aplica una diferencia de potencial de 10 V entre los dos cilindros.

DEPENDENCIA DE LA RESISTENCIA RESPECTO DE LA TEMPERATURA

52 • Una varilla de tungsteno tiene una longitud de 50 cm y una sección transversal cuadrada de 1,0 mm de lado. (*a*) ¿Cuál es su resistencia a 20 °C? (*b*) ¿Cuál es su resistencia a 40 °C?

53 • ¿A qué temperatura será la resistencia de un conductor de cobre el 10% mayor que cuando está a 20 °C? SSM

54 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** Sea un tostador que usa una resistencia de nicrom como elemento calefactor y se necesita determinar la temperatura del nicrom bajo las condiciones operativas. El valor medido de la resistencia cuando calienta a 20 °C es de 80,0 ohms. El valor medido de la corriente inmediatamente después de conectarlo a la red es de 8,70 A, y cuando llega el calentador al régimen estacionario, la intensidad es de 7,50 A. Utilizando estos datos determinar la temperatura máxima a la que llega la resistencia del calentador.

55 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** Un calentador ambiental eléctrico posee un cable de nicrom con una resistencia de 8 Ω a 20 °C. Aplicando un voltaje de 120 V, la corriente eléctrica calienta el cable de nicrom a 1000 °C. (*a*) ¿Cuál es la corriente inicial que circula por el elemento de calefacción frío? (*b*) ¿Cuál es la resistencia del elemento de calefacción a 1000 °C? (*c*) ¿Cuál es la potencia operativa de este calentador?

56 •• En un circuito electrónico existe una resistencia de nicrom de 10 Ω cableada por un hilo de cobre de longitud 50 cm y diámetro 0,6 mm. (*a*) ¿Qué resistencia adicional introduce el hilo? (*b*) ¿Qué error porcentual se comete al despreciar la resistencia del cableado? (*c*) ¿Qué variación de la temperatura produciría un cambio en la resistencia de nicrom igual a la resistencia del cableado? Asumir que la sección del nicrom es la única cuya temperatura cambia.

57 ••• Un cable con una sección transversal A, longitud L_1, resistividad ρ_1, y coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura α_1, se conecta extremo con extremo a un segundo cable de igual sección, longitud L_2, resistividad ρ_2 y coeficiente de temperatura α_2, de tal forma que por ambos cables pasa la misma corriente. (*a*) Demostrar que si $\rho_1 L_1 \alpha_1 + \rho_2 L_2 \alpha_2 = 0$, la resistencia total R es independiente de la temperatura para pequeños cambios de ésta. (*b*) Si un cable es de carbono y el otro de cobre, hallar la relación de sus longitudes para que R sea, aproximadamente, independiente de la temperatura. SSM

58 ••• La resistividad del tungsteno aumenta aproximadamente en forma lineal desde 56 $n\Omega \cdot \text{m}$ a 293 K hasta 1,1 $\mu\Omega \cdot \text{m}$ a 3500 K. Estimar (*a*) la resistencia y (*b*) el diámetro del filamento de tungsteno usado en una bombilla de 40 W, sabiendo que la temperatura del filamento es de alrededor de 2500 K y que el potencial es de 100 V. Asúmase que la longitud del filamento es constante e igual a 5,0 cm.

59 ••• Una pequeña bombilla utilizada en un práctica de electrónica tiene un filamento de carbono en forma de cilindro cuya longitud es 3 cm y cuyo diámetro es 40 μm. A temperaturas entre 500 K y 700 K, la resistividad del carbono de los filamentos para estas pequeñas bombillas es de alrededor de $3 \times 10^{-5}\ \Omega \cdot \text{m}$. (*a*) Asumiendo que la bombilla emite radiación como un cuerpo negro perfecto, calcular la temperatura del filamento cuando el voltaje a través de él es de 5 V. (*b*) Un problema que presentan las bombillas con filamento de carbono, a diferencia de las de tungsteno, es que la resistividad del carbono decrece para temperaturas crecientes. Explicar el por qué de este problema.

LA ENERGÍA EN LOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS

60 • Se proyecta una resistencia de calefacción de 1 kW para funcionar a 240 V. (*a*) ¿Cuál es dicha resistencia y qué corriente circulará por ella? (*b*) ¿Cuál es la potencia de esta resistencia si funciona a 120 V? Se supone que la resistencia es constante.

61 • Una batería tiene una fem de 12 V. ¿Cuánto trabajo realiza en 5 s si suministra una corriente de intensidad de 3 A?

62 • Una batería con una fem de 12 V tiene una tensión en bornes de 11,4 V cuando proporciona una corriente de 20 A al estárter de un coche. ¿Cuál es la resistencia interna r de la batería?

63 • (*a*) ¿Cuánta potencia suministra la fem de la batería del problema 62 cuando proporciona una corriente de 20 A? (*b*) ¿Qué cantidad de esta potencia se proporciona al estárter? (*c*) ¿En cuánto disminuye la energía química de la batería cuando está suministrando 20 A durante 7 segundos en el arranque de un coche? (*d*) ¿Cuánto calor se desarrolla en la batería cuando suministra 20 A durante 7 segundos? SSM

64 • Una batería de 6 V con una resistencia interna de 0,3 Ω, se conecta a una resistencia variable R. Hallar la corriente y la potencia liberada por la batería cuando R es (*a*) 0 Ω, (*b*) 5 Ω, (*c*) 10 Ω, (*d*) infinita.

65 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA, PÓNGALO EN SU CONTEXTO** Una batería de automóvil de 12 V y resistencia interna despreciable puede suministrar una carga total de 160 A · h. (*a*) ¿Cuál es la energía total almacenada en la batería? (*b*) La batería de un coche es capaz de suministrar una potencia dada durante mucho tiempo cuando el coche está en marcha, pero se descarga con cierta rapidez cuando estando parado el motor tiene los faros encendidos. Asumiendo que la batería es capaz de producir una corriente a velocidad constante hasta descargarse del todo, ¿durante cuánto tiempo podría esta batería suministrar 150 W a un par de faros del automóvil? Considerar que el par de faros necesita una potencia de 150 W.

66 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** Una vieja mansión posee un circuito eléctrico por el que pasa una corriente de 12,5 A que alimenta a un único aparato, un calentador ambiental para el baño. Un par de cables de cobre de calibre 12 transportan la corriente desde la caja de fusibles al enchufe de la pared a lo largo de una distancia de 30 m. El voltaje en la caja de fusibles es exactamente de 120 V. (*a*) ¿Cuál es el voltaje distribuido al calentador ambiental?

67 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** Un coche eléctrico ligero funciona con diez baterías de 12 V. A una velocidad de 80 km/h, la fuerza media de rozamiento es de 1200 N. (*a*) ¿Cuál debe ser la potencia del motor eléctrico para que el coche circule a 80 km/h? (*b*) Si cada batería puede distribuir una carga total de 160 A · h antes de necesitar su recarga, ¿cuál es la carga total en coulombs que pueden suministrar las 10

baterías? (*c*) ¿Cuál es la energía eléctrica total distribuida por las 10 baterías antes de la recarga? (*d*) ¿Qué distancia recorrerá el coche a 80 km/h antes de que las baterías deban ser recargadas? (*e*) ¿Cuál es el coste por kilómetro si el precio de recargar las baterías es de 9 centavos de dólar por kilowatt-hora? SSM

68 ••• Una resistencia de calefacción de 100 W se proyecta para funcionar cuando se le aplican en sus extremos 120 V. (*a*) ¿Cuál es su resistencia y qué corriente circula por ella? (*b*) Demostrar que si la diferencia de potencial a través de la resistencia varía en una cantidad pequeña ΔV, la potencia varía ΔP, siendo $\Delta P/P \approx 2\,\Delta V/V$. (*Sugerencia: aproximar las variaciones por diferenciales considerando que la resistencia es constante.*) (*c*) Hallar la potencia aproximada disipada en la resistencia si la diferencia de potencial disminuye a 115 V. Comparar los resultados con la respuesta exacta.

ASOCIACIONES DE RESISTENCIAS

69 • Si la caída de potencial entre *a* y *b* es de 12 V (figura 25.52), hallar la corriente que circula por cada resistencia. SSM

70 • Si la caída de potencial entre los puntos *a* y *b* (figura 25.53) es de 12,0 V, determinar la corriente en cada resistencia.

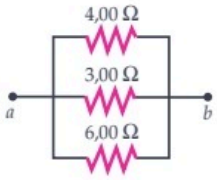


FIGURA 25.52 Problema 69

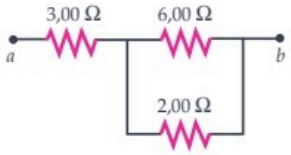


FIGURA 25.53 Problema 70

71 • (*a*) Demostrar que la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b* de la figura 25.54 es *R*. (*b*) ¿Qué ocurriría si se añadiese una resistencia *R* entre los puntos *c* y *d*?

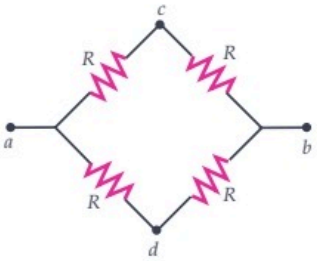


FIGURA 25.54 Problema 71

72 •• La batería de la figura 25.55 tiene una resistencia interna despreciable. Determinar (*a*) la corriente que circula por cada resistencia y (*b*) la potencia distribuida por la batería.

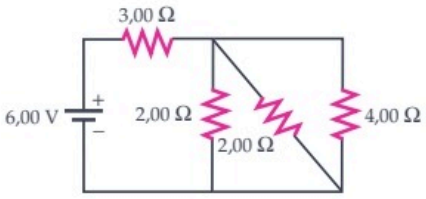


FIGURA 25.55 Problema 72

73 •• Una fuente de alimentación de 5 V tiene una resistencia interna de 50 Ω. ¿Cuál es la menor resistencia que podemos conectar en serie con la fuente para que la caída de potencial entre los extremos de la resistencia externa sea mayor que 4,5 V? SSM

74 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** Una batería tiene un fem $\mathcal{E}$ y una resistencia interna *r*. Cuando se conecta una resistencia de 5 Ω entre los terminales de la batería, la corriente es 0,5 A. Cuando se sustituye esta resistencia por otra de 11 Ω, la corriente es 0,25 A. Hallar (*a*) la fem $\mathcal{E}$ y (*b*) la resistencia interna *r*.

75 •• (*a*) Calcular la resistencia equivalente entre el punto *a* y el *b* en la figura 25.56. (*b*) Si la diferencia de potencial entre *a* y *b* es 12,0 V, ¿cuál es la corriente en cada resistencia?

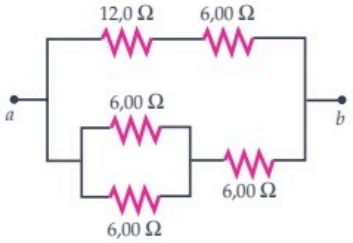


FIGURA 25.56 Problema 75

76 •• (*a*) Hallar la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b* en la figura 25.57. (*b*) Si la diferencia de potencial entre *a* y *b* es de 12,0 V, calcular la corriente en cada resistencia.

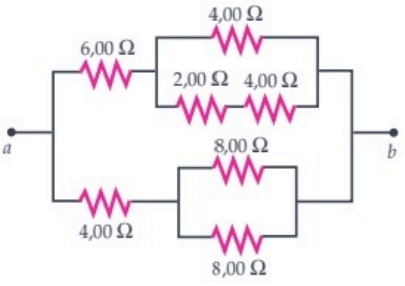


FIGURA 25.57 Problema 76

77 •• Un cable tiene una resistencia de 120 Ω. El cable se corta en N trozos idénticos que se conectan en paralelo. La resistencia de esta asociación en paralelo es 1,88 Ω. Hallar N. SSM

78 •• Una asociación en paralelo de una resistencia de 8 Ω y una resistencia incógnita R se conectan en serie con una resistencia de 16 Ω y una batería. Luego, se conectan las tres resistencias en serie con la misma batería. En ambas asociaciones la corriente a través de la resistencia de 8 Ω es la misma. ¿Cuánto vale la resistencia incógnita R?

79 •• En la red de resistencias mostrada en la figura 25.58, definimos R_{ab} como la resistencia equivalente entre los puntos a y b. Determinar (*a*) R_3, siendo $R_{ab} = R_1$; (*b*) R_2, siendo $R_{ab} = R_3$ y (*c*) R_1, siendo $R_{ab} = R_1$.

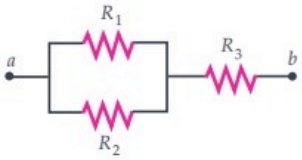


FIGURA 25.58 Problemas 79 y 80

80 •• Comprobar los resultados obtenidos en el problema 79 considerando que (*a*) $R_1 = 4{,}00\ \Omega$, $R_2 = 6{,}00\ \Omega$; (*b*) $R_1 = 4{,}00\ \Omega$, $R_3 = 3{,}00\ \Omega$; y (*c*) $R_2 = 6{,}00\ \Omega$, $R_3 = 3{,}00\ \Omega$.

REGLAS DE KIRCHHOFF

***Nota:* aunque para analizar los circuitos simples, el concepto de resistencia equivalente de las asociaciones de resistencias en serie y derivación es suficiente, utilizar en los problemas de esta sección las reglas de Kirchhoff con objeto de adquirir práctica en su uso.**

81 • En la figura 25.59 la fem es de 6 V y $R = 0{,}5\ \Omega$. La producción de calor por efecto Joule en R es 8 W. (*a*) ¿Cuál es la corriente que circula por el circuito? (*b*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de R? (*c*) ¿Cuál es el valor de r? SSM

82 • En el caso del circuito indicado en la figura 25.60 hallar, (*a*) la intensidad de corriente, (*b*) la potencia liberada o absorbida por cada fem y (*c*) la producción de calor por efecto Joule por unidad de tiempo en cada resistencia.

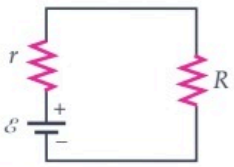


FIGURA 25.59 Problema 81

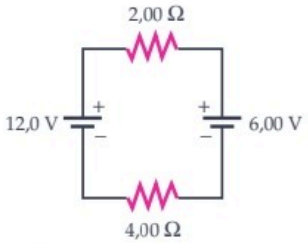


FIGURA 25.60 Problema 82

83 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** Se conecta una batería de coche prácticamente descargada de 11,4 V de fem y 0,05 Ω de resistencia interna a una resistencia de 2 Ω. Para ayudar a esta batería, se conecta una segunda batería, de 12,6 V de fem y 0,01 Ω de resistencia interna, a los bornes de la primera mediante unos cables adecuados. (*a*) Dibujar un diagrama del circuito. (*b*) Calcular la corriente que circula por cada una de las ramas del mismo. (*c*) Calcular la potencia cedida por la segunda batería y explicar en qué se invierte ésta; suponer para ello que en ambas baterías la fem y la resistencia interna permanecen constantes.

84 •• En el circuito indicado en la figura 25.61, la lectura del amperímetro es la misma cuando ambos interruptores están abiertos que cuando ambos están cerrados. Hallar la resistencia R.

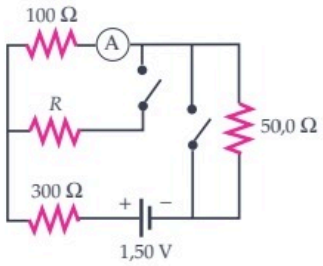


FIGURA 25.61 Problema 84

85 •• En el circuito indicado en la figura 25.62, las baterías tienen una resistencia interna despreciable. Hallar (*a*) la corriente que circula por cada resistencia, (*b*) la diferencia de potencial entre los puntos a y b, y (*c*) la potencia suministrada por cada batería. SSM

86 •• En el circuito indicado en la figura 25.63, las baterías tienen una resistencia interna despreciable. Hallar (*a*) la corriente en cada rama del circuito, (*b*) la diferencia de potencial entre los puntos a y b, y (*c*) la potencia suministrada por cada batería.

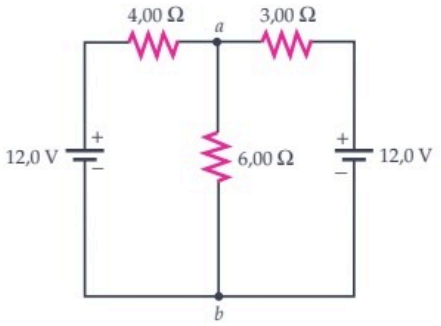


FIGURA 25.62 Problema 85

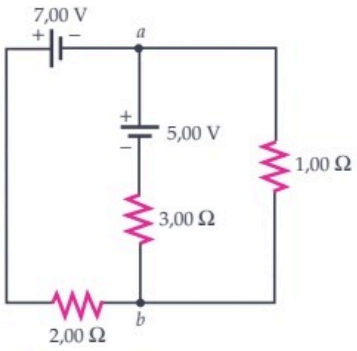


FIGURA 25.63 Problema 86

87 ••• Dos baterías idénticas, con fem $\mathcal{E}$ y resistencia interna r, pueden conectarse a través de una resistencia R en serie o en paralelo. ¿Cuál de estas formas de conexión suministra la mayor potencia a R? (*a*) Cuando $R < r$. (*b*) Cuando $R > r$.

88 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** El fragmento de circuito mostrado en la figura 25.64 se denomina *divisor de voltaje*. (*a*) Si no se conecta la R_{carga} (resistencia de carga), demostrar que el voltaje de salida es $V_{salida} = VR_2/(R_1 + R_2)$. (*b*) Si $R_1 = R_2 = 10\ \text{k}\Omega$, ¿cuál es el mínimo valor de R_{carga} para que V_{salida} caiga menos del 10% de su valor sin la resistencia de carga? (Como se ve en la figura, V_{salida} se mide con respecto al potencial de tierra.)

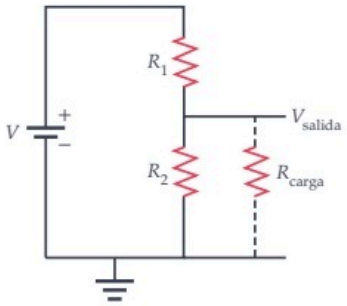


FIGURA 25.64 Problema 88

89 ••• En el circuito de la figura 25.65, calcular la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*. SSM

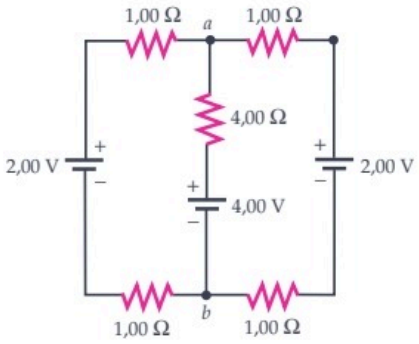


FIGURA 25.65 Problema 89

90 ••• En el circuito indicado en la figura 25.66, hallar (*a*) la corriente que circula por cada resistencia, (*b*) la potencia suministrada por cada fem y (*c*) la potencia disipada en cada resistencia.

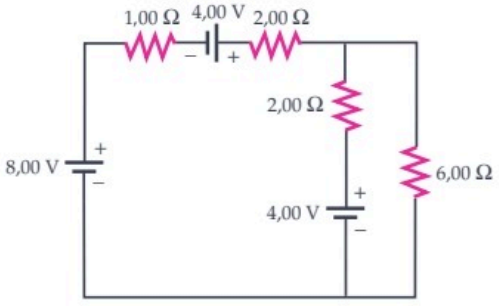


FIGURA 25.66 Problema 90

AMPERÍMETROS Y VOLTÍMETROS

91 •• Un voltímetro digital puede construirse como un voltímetro ideal, de resistencia interna infinita, conectado en paralelo con una resistencia de 10 MΩ. Calcular el voltaje medido por el voltímetro en el circuito de la figura 25.67 cuando (*a*) $R = 1\ \text{k}\Omega$, (*b*) $R = 10\ \text{k}\Omega$, (*c*) $R = 1\ \text{M}\Omega$, (*d*) $R = 10\text{M}\Omega$ y (*e*) $R = 100\ \text{M}\Omega$. (*f*) ¿Cuál es el máximo valor de R si queremos que la diferencia entre el voltaje medido y el *verdadero* (es decir, la caída de tensión sin colocar el voltímetro) sea menor del 10 por ciento? SSM

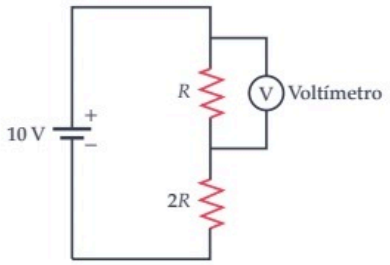


FIGURA 25.67 Problema 91

92 •• Tenemos un galvanómetro que marca el fondo de escala cuando lo atraviesa una intensidad de corriente de 50 μA. Para esa corriente, la caída de potencial entre los bornes del galvanómetro es de 0,25 V. ¿Cuál es la resistencia interna de este aparato?

93 •• En un galvanómetro se llega al final de la escala cuando la corriente que lo atraviesa es de 50,0 μA. Cuando se alcanza esta corriente, la diferencia de potencial entre los bornes del aparato es de 0,250 V. Demostrar que si se desea construir un amperímetro con este galvanómetro, se requiere colocar una resistencia en paralelo. Determinar el valor de esta resistencia para que el final de escala del amperímetro construido sea de 100 m.

94 •• Sea un galvanómetro de Arsonval que señala un final de escala con una corriente de 50,0 μA y una tensión de 0,250 V. Se desea construir con él un voltímetro capaz de medir tensiones hasta de 10,0 V. Demostrar que puede hacerse colocando una resistencia en serie con el galvanómetro y calcular la resistencia requerida.

CIRCUITOS *RC*

95 • En el circuito de la figura 25.68, considerar los siguientes datos: $C = 6{,}00\ \mu\text{F}$, $\mathcal{E} = 100$ V, y $R = 500\ \Omega$. Una vez que se ha realizado el contacto en *a* y se ha dejado transcurrir suficiente tiempo, se cambia el contacto hacia *b*. (*a*) ¿Cuál es la carga en la placa de mayor potencial del condensador cuando el interruptor se coloca en posición *b*? (*b*) ¿Cuál es la corriente un instante de tiempo después de que el interruptor se coloca en posición *b*? (*c*) ¿Cuál es la constante de tiempo del circuito? (*d*) ¿Cuánta carga contiene la placa de mayor potencial del condensador 6,00 ms después de que el interruptor se colocase en la posición *b*?

96 • En $t = 0$, el interruptor de la figura 25.68 se coloca en posición *b* después de que ha estado en la posición *a* durante un tiempo prolongado. (*a*) ¿Cuánta energía se almacena en el condensador en $t = 0$? (*b*) Para $t > 0$, determinar la energía almacenada en el condensador en función del tiempo. (*c*) Hacer una gráfica de esta energía almacenada en función de *t*.

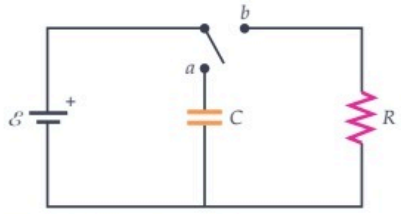


FIGURA 25.68 Problemas 95, 96 y 98

97 •• El circuito de la figura 25.69 tiene una fem de 50,0 V y una capacidad de 2,00 μF. El interruptor S se abre tras haber estado un tiempo prolongado cerrado y, 4,00 segundos después, la caída de tensión en la resistencia es de 20,0 V. Calcular el valor de la resistencia. SSM

98 •• Para el circuito mostrado en la figura 25.68, $C = 0{,}120\ \mu$F y $\mathcal{E} = 100$ V. La diferencia de potencial entre las placas del condensador, cuando el interruptor se coloca en posición b después de haber estado en la posición a durante tiempo suficiente, es de $\frac{1}{2}\mathcal{E}$. ¿Cuál es el valor de R?

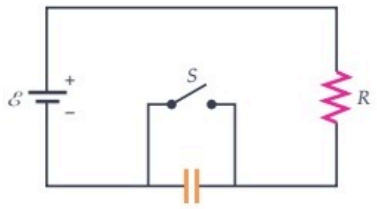


FIGURA 25.69 Problemas 97 y 99

99 •• En la figura 25.69, se conecta una resistencia de 2 MΩ en serie con un condensador de 1,5 μF y una batería de 6,0 V de resistencia interna despreciable. El interruptor ha estado cerrado un tiempo prolongado y ahora se abre. Después de que haya transcurrido un tiempo igual a la constante característica de tiempo del circuito, hallar (*a*) la carga del condensador, (*b*) el ritmo o velocidad con el que está aumentando la carga, (*c*) la corriente, (*d*) la potencia suministrada por la batería, (*e*) la potencia disipada en la resistencia y (*f*) la velocidad a la que está aumentando la energía almacenada en el condensador.

100 •• En estado estacionario, la carga del condensador de 5 μF del circuito de la figura 25.70 es de 1,00 mC. (*a*) Determinar la corriente de la batería. (*b*) Calcular las resistencias R_1, R_2 y R_3.

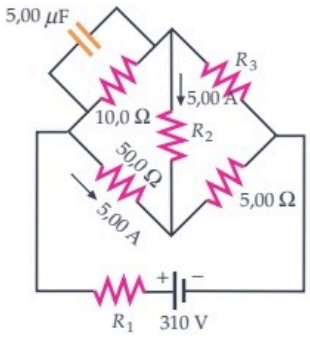


FIGURA 25.70 Problema 100

101 •• Demostrar que la ecuación 25.39 puede modificarse y escribirse de la siguiente forma $\dfrac{dQ}{\mathcal{E}C - Q} = \dfrac{dt}{RC}$. Integrar esta ecuación para obtener la ecuación 25.40.

102 •• En la figura 25.71, se cierra el interruptor S habiendo estado abierto durante un tiempo muy prolongado. (*a*) ¿Cuál es el valor inicial de la corriente de la batería justo después de cerrar el circuito? (*b*) ¿Cuál es la corriente de la batería mucho tiempo después de que el interruptor se cierra? (*c*) ¿Cuáles son las cargas en las placas del condensador mucho tiempo después de cerrar el interruptor? (*d*) Si se vuelve a abrir el interruptor, ¿cuáles son las cargas de las placas del condensador mucho tiempo después de que el interruptor se volviera a abrir?

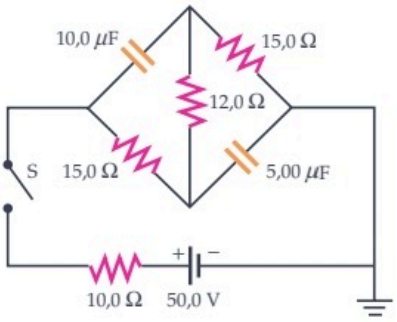


FIGURA 25.71 Problema 102

103 ••• En el circuito de la figura 25.72, el interruptor S estuvo abierto durante bastante tiempo y en el instante $t = 0$ se cierra. (*a*) ¿Cuál es la corriente inicial de la batería inmediatamente después de cerrar el interruptor S? (*b*) ¿Cuál es la corriente de la batería mucho después de cerrar el interruptor S? (*c*) ¿Cómo varía la intensidad de corriente en la resistencia de 600 Ω en función del tiempo?

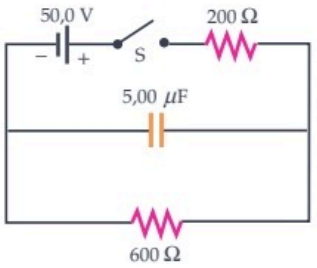


FIGURA 25.72 Problema 103

104 ••• En el circuito de la figura 25.73, el interruptor S estuvo abierto durante bastante tiempo y en el instante $t = 0$ se cierra. (*a*) ¿Cuál es la intensidad inicial de la corriente suministrada por la batería inmediatamente después de haber cerrado el interruptor S? (*b*) ¿Y transcurrido mucho tiempo desde el cierre de S? (*c*) Si el interruptor ha estado cerrado durante mucho tiempo y luego se abre, determinar la variación de la intensidad de corriente a través de la resistencia de 600 kΩ en función del tiempo.

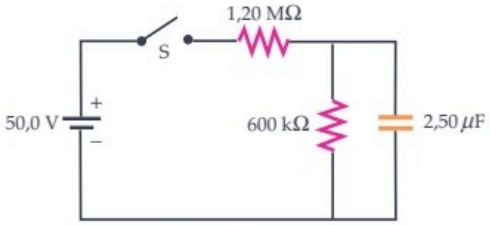


FIGURA 25.73 Problema 104

105 ••• En el circuito de la figura 25.74, el condensador tiene una capacidad de 2,5 μF y la resistencia es de 0,5 MΩ. Antes de cerrar el interruptor, la caída de potencial a través del condensador es de 12 V, como se indica. El interruptor S se cierra en $t = 0$. (*a*) ¿Cuál es la corriente que circula por R inmediatamente después de cerrar S? (*b*) ¿En qué tiempo t el voltaje a través del condensador es de 24 V? SSM

106 ••• Repetir el problema 105 si el condensador se conecta con la polaridad invertida a la mostrada en la figura 25.74.

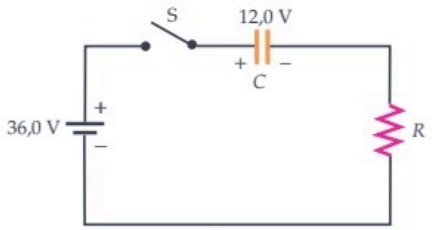


FIGURA 25.74 Problemas 105 y 106

PROBLEMAS GENERALES

107 •• En la figura 25.75, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, y $R_3 = 12\ \Omega$, y la batería es de 12,0 V. Sean I_1, I_2 e I_3 las intensidades de corriente que circulan por cada una de ellas, respectivamente. (*a*) ¿Cuál o cuáles de las desigualdades siguientes se cumplen en el circuito? (1) $I_1 > I_2 > I_3$, (2) $I_2 = I_3$, (3) $I_3 > I_2$, (4) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta. (*b*) Para verificar que las respuestas a los apartados anteriores son correctas calcular estas corrientes. SSM

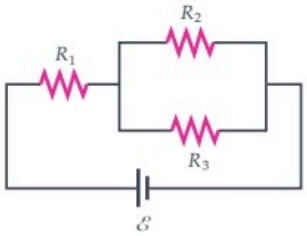


FIGURA 25.75 Problema 107

108 •• Una bombilla de 120 V y 25 W se conecta en serie con otra de 120 V y 100 W, y se coloca una diferencia de potencial de 120 V a través de la asociación. Considerar que las bombillas tienen resistencia constante. (*a*) ¿Qué bombilla deberá brillar más? Razonar la respuesta conceptualmente. *Ayuda: ¿qué quiere decir que una bombilla es de 25 W? ¿Bajo qué condiciones la bombilla disipa 25 W?* (*b*) Determinar la potencia disipada por cada bombilla en las condiciones indicadas en el problema. ¿Son congruentes los resultados con la respuesta que se debe dar en el apartado (*a*)?

109 •• El circuito de la figura 25.76 es un *puente de Wheatstone* de hilo. Se utiliza para determinar una resistencia incógnita R_x en función de las resistencias conocidas R_1, R_2 y R_0. Las resistencias R_1 y R_2 comprenden un cable de **1** m de longitud. El punto a es un contacto deslizante que se mueve a lo largo del cable, modificando estas resistencias. La resistencia R_1 es proporcional a la distancia desde el extremo izquierdo del cable (0 cm) al punto a, y R_2 es proporcional a la distancia desde el punto a al extremo derecho del cable (100 cm). La suma de R_1 y R_2 permanece constante. Cuando los puntos a y b están a igual potencial, no pasa corriente por el galvanómetro y se dice que el puente está equilibrado. (Como el galvanómetro se utiliza para detectar la ausencia de corriente, se le llama *detector de cero*.) Si la resistencia fija vale $R_0 = 200\ \Omega$, hallar la resistencia incógnita R_x si (*a*) el puente se equilibra en la marca de 18 cm, (*b*) el puente se equilibra en la marca de 60 cm y (*c*) el puente se equilibra en la marca de 95 cm.

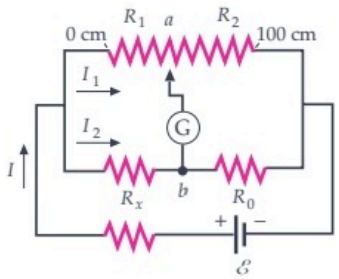


FIGURA 25.76 Problemas 109 y 110

110 •• En el puente Wheatstone del problema 109, si $R_0 = 200\ \Omega$, el puente se equilibra en la marca de 98 cm. (*a*) ¿Cuál es la resistencia incógnita? (*b*) ¿Qué influencia tendría un error de 2 mm sobre el valor medido de la resistencia incógnita? (*c*) ¿Cómo debería variarse R_0 de modo que esta resistencia incógnita diese un punto de equilibrio más próximo a la marca de 50 cm? (*d*) Si el equilibrio se consigue en 50,0 cm, ¿cuál es el porcentaje de error en la medida de R_x si existe un error de 2,00 mm en la localización del punto de equilibrio?

111 •• Un acelerador produce un haz de protones de 3,50 μA de energía 60 MeV. Los protones chocan y se detienen dentro de un blanco de cobre de 50 g dentro de la cámara de vacío. Un investigador del acelerador está preocupado porque el blanco está demasiado caliente y alguna soldadura puede romperse, y por ello pretende: (*a*) Determinar el número de protones que chocan contra el blanco por segundo. (*b*) Calcular la energía depositada en el blanco por segundo. (*c*) ¿Cuánto tiempo transcurre antes de que la temperatura del blanco se incremente en 300 °C? (Despreciar el calor emitido por el blanco.) SSM

112 •• La correa de un acelerador de Van de Graaff transporta una densidad de carga superficial de 5 mC/m^2. La correa tiene una anchura de 0,5 m y se mueve a 20 m/s. (*a*) ¿Qué corriente transporta? (*b*) Si esta carga ha de elevarse hasta un potencial de 100 kV, ¿cuál es el menor valor de la potencia del motor necesario para accionar la corriente?

113 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** Los grandes electroimanes convencionales utilizan la refrigeración con agua para evitar el excesivo calentamiento de las bobinas. Uno de estos electroimanes utiliza una corriente de 100 A cuando se aplica un voltaje de 240 V a los terminales de las bobinas de excitación. Para refrigerar las bobinas, se hace circular agua a una temperatura inicial de 15 °C a través de ellas. ¿Cuántos litros por segundo deben pasar a través de las bobinas para que su temperatura no exceda los 50 °C?

114 ••• (*a*) Demostrar que un condensador con dieléctrico cuya resistencia sea finita puede analizarse como si fuera un condensador con resistencia infinita en paralelo con una resistencia. (*b*) Demostrar que la constante de tiempo de la descarga del condensador es $\tau = \kappa\varepsilon_0\rho$. (Para simplificar, considerar que el condensador es de placas paralelas y que está completamente lleno de dieléctrico.) (*c*) La mica tiene una constante dieléctrica $\kappa = 5$ y una resistividad $\rho = 9 \times 10^{13}\ \Omega \cdot$ m. Calcular el tiempo necesario para que la carga de un condensador con dieléctrico de mica decrezca el 10% de su valor inicial.

115 ••• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** En la figura 25.77, se muestra la base del circuito de barrido utilizado en un osciloscopio. S es un interruptor electrónico que cierra el circuito siempre que el potencial entre sus terminales alcanza un valor V_c y lo abre cuando el potencial ha caído

a 0,2 V. La fem $\mathcal{E}$, mucho mayor que V_c, carga el condensador C a través de una resistencia R_1. La resistencia R_2 representa la resistencia pequeña, pero finita, del interruptor electrónico. En un circuito típico, $\mathcal{E} = 800$ V, $V_c = 4{,}2$ V, $R_2 = 0{,}001\ \Omega$, $R_1 = 0{,}5$ MΩ y C = 0,02 mF. (*a*) ¿Cuál es la constante de tiempo para la carga del condensador C? (*b*) Demostrar que durante el tiempo necesario para que se alcance el potencial crítico $V_c = 4{,}2$ V entre los bornes de S, el voltaje a través del condensador crece casi linealmente con el tiempo. (*Sugerencia: utilizar el desarrollo de la función exponencial para valores pequeños del exponente.*) (*c*) ¿Cuál debería ser el valor de R_1 para que C se cargara de 0,2 V a 4,2 V en 0,1 s? (*d*) ¿Cuánto tiempo transcurre durante la descarga de C a través del interruptor S? (*e*) ¿A qué ritmo se disipa la potencia en la resistencia R_1 y en la resistencia del interruptor?

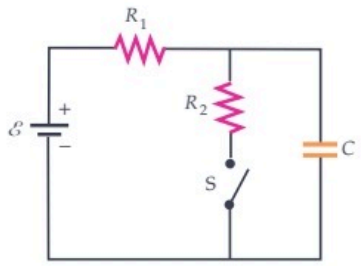


FIGURA 25.77 Problema 115

116 ••• En el circuito de la figura 25.78, $R_1 = 2$ MΩ, $R_2 = 5$ MΩ y $C = 1{,}0\ \mu$F. En el tiempo $t = 0$, el interruptor S está cerrado y en $t = 2{,}0$ s está abierto. (*a*) Representar gráficamente el voltaje a través de C y la corriente a través de R_2 entre $t = 0$ y $t = 10$ s. (*b*) Determinar el voltaje a través del condensador en los tiempos $t = 2$ s y $t = 8$ s.

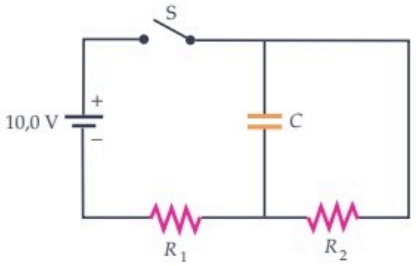


FIGURA 25.78 Problema 116

117 ••• Dos baterías de fem $\mathcal{E}_1$ y $\mathcal{E}_2$ y de resistencias internas r_1 y r_2 se conectan en paralelo. Demostrar que si una resistencia R se conecta en paralelo con esta asociación, la resistencia de carga óptima (el valor de R para la cesión de una potencia máxima) es $R = r_1 r_2/(r_1 + r_2)$.

118 ••• Se conectan dos condensadores C_1 y C_2, una resistencia y una batería ideal de voltaje V_0, tal como indica la figura 25.79. El interruptor estaba inicialmente en posición *a* y ambos condensadores estaban sin carga. Se giró el interruptor a la posición *b* y se dejó bastante tiempo en esa posición. Finalmente, para $t = 0$ se vuelve a la posición *a*. (*a*) Comparar cuantitativamente la energía total almacenada en los dos condensadores a $t = 0$ y mucho tiempo después. (*b*) Determinar la corriente a través de R como función de t para $t > 0$. (*c*) Hallar la energía

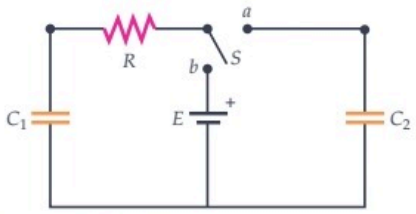


FIGURA 25.79 Problema 118

disipada por la resistencia como una función de t para $t > 0$. (*d*) Determinar la energía total disipada en la resistencia después de $t = 0$ y compararla con la pérdida de energía almacenada calculada en el apartado (*a*).

119 ••• (*a*) Calcular la resistencia equivalente, en función de R, entre los puntos *a* y *b* para el circuito de resistencias en forma de escalera infinita mostrada en la figura 25.80, asumiendo que todas las resistencias son idénticas, es decir, $R = R_1 = R_2$. (*b*) Repetir la parte (*a*) considerando que R_1 es diferente de R_2 y expresar el resultado en función de R_1 y R_2. (*c*) Comprobar los resultados demostrando que los resultados de la parte (*b*) concuerdan con los de la parte (*a*) si sustituimos R_1 y R_2 por R.

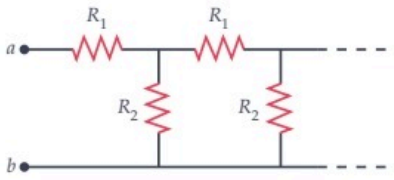


FIGURA 25.80 Problema 119

120 ••• La gráfica del voltaje en función de la intensidad para un diodo Esaki se muestra en la figura 25.81. (*a*) Hacer una gráfica de la resistencia diferencial del diodo en función del voltaje. La resistencia diferencial del circuito viene dada por la expresión $R_d = dV/dI$, donde V es la caída de tensión a través del dispositivo e I es la corriente en él. (*b*) ¿En qué valor del voltaje la resistencia diferencial pasa a ser negativa? (*c*) ¿Cuál es la máxima resistencia diferencial del diodo en el rango mostrado y para qué voltaje ocurre? (*d*) ¿Hay valores en el rango de voltaje mostrado en la figura donde el diodo tiene resistencia diferencial nula? Si los hay, ¿para qué valores del potencial ocurre esto?

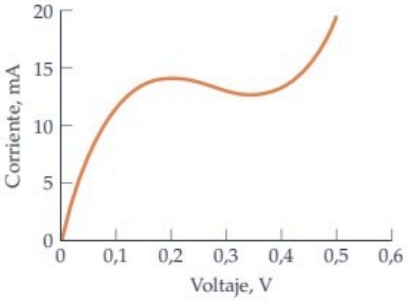


FIGURA 25.81 Problema 120